

# 数 学

## 1 学習指導要領改訂の趣旨

平成28年12月の中央教育審議会答申では、「数学の学習に対する意欲が高くないこと」や「事象を式で数学的に表現したり論理的に説明したりすること」が課題として指摘されている。こうしたことを踏まえ、数学的に考える資質・能力を育成する観点から、現実の世界と数学の世界における問題発見・解決の過程を学習過程に反映させることを意図して数学的活動の一層の充実が図られた。また、社会生活などの様々な場面において、必要なデータを収集して分析し、その傾向を踏まえて課題を解決したり意思決定をしたりすることが求められており、そのような資質・能力を育成するため、統計的な内容等の改善・充実が図られた。

今回の改訂においては、高等学校における数学教育の意義が「実用的な意義」、「陶冶的な意義」、「文化的な意義」の3つに整理して示されている。

実用的な意義	数学は社会や生活の中で重要な役割を果たしていることから、高等学校で数学を学ぶことは、数学を活用して社会をよりよく生きる知恵を得ることにつながる。	例えば、数学で用いられる論理的な表現を身に付けておくことが法律の解釈などに役に立つ。
陶冶的な意義	グローバル化や情報化が進展する今日のような時代において、異なった文化的背景や価値観をもった人々と共に生きていく必要性の高まりを考慮すると、数学の学習を通して育成される、自らの考えや判断の前提を明確にし、根拠を示しながら考えや判断についての確かな説明をして他に理解を得る力は重要な力である。	例えば、数学の問題を解こうとして容易に解けないとき、具体的な数値や図形を使って考えたり、いくつかの場合を書き出してみたりして根気強く考え続け、問題が解けたとき得られる喜びは大きな自信につながる。その自信が新たな問題に向かう意欲を育てることになる。
文化的な意義	数学は、人類が生活や社会を発展させる中で継承され発展してきたものであり、文化に数学が果たしている役割は重要である。また、現在も発展を続けており、我々もその発展に寄与することも重要である。	例えば、数学的な見方・考え方が使われるようなゲームやパズルの構造や戦法などを考えることによって、数学的な思考を楽しみ、知的な喜びを得ることができる。

## 2 改訂の内容

### (1) 教科の目標の改善

【数学科の目標】		
数学的な見方・考え方を働かせ、数学的活動を通して、数学的に考える資質・能力を次のとおり育成することを旨とする。		
知識及び技能	思考力・判断力・表現力等	学びに向かう力・人間性等
数学における基本的な概念や原理・法則を体系的に理解するとともに、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付けるようにする。	数学を活用して事象を論理的に考察する力、事象の本質や他の事象との関係を認識し統合的・発展的に考察する力、数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表現する力を養う。	数学のよさを認識し積極的に数学を活用しようとする態度、粘り強く考え数学的論拠に基づいて判断しようとする態度、問題解決の過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善したりしようとする態度や創造性の基礎を養う。

今回の改訂では、高等学校数学科の目標について、生きて働く「知識及び技能」の習得、未知の状況にも対応できる「思考力、判断力、表現力等」の育成、学びを人生や社会に生かそうとする「学びに向かう力、人間性等」の涵養の三つの柱に基づいて示している。高等学校数学科の目標をなす資質・能力の三つの柱は、数学的な見方・考え方と

数学的活動に相互に関連をもたせながら、全体として育成されることに配慮する必要がある。

「数学的な見方・考え方を働かせ」については、「数学的な見方・考え方を」を「事象を数量や図形及びそれらの関係などに着目して捉え、論理的、統合的・発展的、体系的に考えること」として整理した上で、数学的に考える資質・能力の育成に関して、数学の様々な領域において広く働かせるものである。

「数学的活動を通して」については、事象を数理的に捉え、数学の問題を見だし、問題を自立的、協働的に解決する過程を遂行する数学的活動を通して、学習を展開することを一層重視している。

「数学的に考える資質・能力を育成すること」については、高等学校数学科の目標で示された三つの柱で整理された算数・数学教育で育成を目指す力である「数学的に考える資質・能力」を、数学の学習の基盤とするだけではなく、教科等の枠を越えて全ての学習の基盤として育んでいくことが大切である。

## (2) 科目の改善

### ア 科目構成

改 訂		現 行	
科 目 名	標 準 単 位 数	科 目 名	標 準 単 位 数
数 学 I	3	数 学 I	3
数 学 II	4	数 学 II	4
数 学 III	3	数 学 III	5
数 学 A	2	数 学 A	2
数 学 B	2	数 学 B	2
数 学 C	2	数 学 活 用	2

- ・「数学活用」を廃止して、「数学C」を新たに設けた。
- ・必履修科目は、「数学I」とした。
- ・「数学I」、「数学II」、「数学III」は、この順に履修することを原則とした。
- ・「数学A」は「数学I」と並行履修、又は「数学I」の履修の後の履修を原則とした。
- ・「数学B」及び「数学C」は、「数学I」の履修の後の履修を原則とした。
- ・「数学B」と「数学C」の間に履修の順序は規定しておらず、生徒の特性や進路、学校の実態などに応じて、例えば、「数学B」と「数学C」を並行して履修することや「数学B」を履修せずに「数学C」を履修することなどを可能とした。

### イ 各科目の特徴

#### < 数学 I >

【数学 I の目標】		
数学的な見方・考え方を働かせ、数学的活動を通して、数学的に考える資質・能力を次のとおり育成することを目指す。		
知識及び技能	思考力・判断力・表現力等	学びに向かう力・人間性等
数と式、図形と計量、二次関数及びデータの分析についての	命題の条件や結論に着目し、数や式を多面的にみたり目的に	数学のよさを認識し数学を活用しようとする態度、粘り強く

基本的な概念や原理・法則を体系的に理解するとともに、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付けるようにする。	応じて適切に変形したりする力、図形の構成要素間の関係に着目し、図形の性質や計量について論理的に考察し表現する力、関数関係に着目し、事象を的確に表現してその特徴を表、式、グラフを相互に関連付けて考察する力、社会の事象などから設定した問題について、データの散らばりや変量間の関係などに着目し、適切な手法を選択して分析を行い、問題を解決したり、解決の過程や結果を批判的に考察し判断したりする力を養う。	考え数学的論拠に基づいて判断しようとする態度、問題解決の過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善したりしようとする態度や創造性の基礎を養う。
--	---	---

・内容の構成と取扱

内容	科目構成の考え方
数と式 図形と計量 二次関数 データの分析 【課題学習】	<ul style="list-style-type: none"> <li>・中学校との接続に配慮した内容で構成。</li> <li>・この科目だけで高等学校数学の履修を終える生徒、引き続き数学を履修する生徒の双方に配慮し、全ての生徒に必要な数学的に考える資質・能力の基礎を養う。</li> </ul>

「データの分析」では、「仮説検定の考え方」を取り扱うこととしている。実際的な場面を考慮し、具体例を通して「仮説検定の考え方」を直観的に捉えさせるよう配慮する。

< 数学Ⅱ >

【数学Ⅱの目標】		
<p>数学的な見方・考え方を働かせ、数学的活動を通して、数学的に考える資質・能力を次のとおり育成することを目指す。</p>		
知識及び技能	思考力・判断力・表現力等	学びに向かう力・人間性等
<p>いろいろな式、図形と方程式、指数関数・対数関数、三角関数及び微分・積分の考えについての基本的な概念や原理・法則を体系的に理解するとともに、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付けるようにする。</p>	<p>数の範囲や式の性質に着目し、等式や不等式が成り立つことなどについて論理的に考察する力、座標平面上の図形について構成要素間の関係に着目し、方程式を用いて図形を簡潔・明瞭・的確に表現したり、図形の性質を論理的に考察したりする力、関数関係に着目し、事象を的確に表現してその特徴を数学的に考察する力、関数の局所的な変化に着目し、事象を数学的に考察したり、問題解決の過程や結果を振り返って統合的・発展的に考察したりする力を養う。</p>	<p>数学のよさを認識し数学を活用しようとする態度、粘り強く柔軟に考え数学的論拠に基づいて判断しようとする態度、問題解決の過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善したりしようとする態度や創造性の基礎を養う。</p>

・内容の構成と取扱い

内容	科目構成の考え方
<p>いろいろな式 図形と方程式 指数関数・対数関数 三角関数 微分・積分の考え</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・高等学校数学の根幹をなす内容（数学Ⅰの内容を発展・拡充させることができるようにするとともに、数学Ⅲへの系統性を踏まえた内容）で構成。</li> <li>・より多くの生徒の数学的に考える資質・能力を養う。</li> </ul>

「いろいろな式」では、従前に引き続き、三次の乗法公式や因数分解の公式に加えて二項定理を取り扱う。

< 数学Ⅲ >

【数学Ⅲの目標】		
<p>数学的な見方・考え方を働かせ、数学的活動を通して、数学的に考える資質・能力を次のとおり育成することを目指す。</p>		
知識及び技能	思考力・判断力・表現力等	学びに向かう力・人間性等
<p>極限、微分法及び積分法についての概念や原理・法則を体系的に理解するとともに、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付けるようにする。</p>	<p>数列や関数の値の変化に着目し、極限について考察したり、関数関係をより深く捉えて事象を的確に表現し、数学的に考察したりする力、いろいろな関数の局所的な性質や大域的な性質に着目し、事象を数学的に考察したり、問題解決の過程や結果を振り返って統合的・発展的に考察したりする力を養う。</p>	<p>数学のよさを認識し積極的に数学を活用しようとする態度、粘り強く柔軟に考え数学的論拠に基づいて判断しようとする態度、問題解決の過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善したりしようとする態度や創造性の基礎を養う。</p>

・内容の構成と取扱い

内容	科目構成の考え方
<p>極限 微分法 積分法 【課題学習】</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・微分法、積分法の基礎的な内容で構成。</li> <li>・数学に強い興味や関心をもって更に深く学ぼうとする生徒や将来数学が必要な専門分野に進もうとする生徒の数学的に考える資質・能力を伸ばす。</li> </ul>

「数学Ⅰ」「数学Ⅱ」と同様に、数学的活動を一層重視し、生徒の主体的な学習を促し、数学のよさを認識できるようにするとともに、数学的に考える資質・能力を高めるよう、課題学習を位置付けている。

< 数学A >

【数学Aの目標】		
<p>数学的な見方・考え方を働かせ、数学的活動を通して、数学的に考える資質・能力を次のとおり育成することを目指す。</p>		
知識及び技能	思考力・判断力・表現力等	学びに向かう力・人間性等
<p>図形の性質、場合の数と確率についての基本的な概念や原理・法則を体系的に理解するとともに、数学と人間の活動の関係について認識を深め、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付けるようにする。</p>	<p>図形の構成要素間の関係などに着目し、図形の性質を見だし、論理的に考察する力、不確実な事象に着目し、確率の性質などに基づいて事象の起こりやすさを判断する力、数学と人間の活動との関わりに着目し、事象に数学の構造を見だし、数理的に考察する力を養う。</p>	<p>数学のよさを認識し数学を活用しようとする態度、粘り強く考え数学的論拠に基づいて判断しようとする態度、問題解決の過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善したりしようとする態度や創造性の基礎を養う。</p>

・内容の構成と取扱い

内容	科目構成の考え方
<p>図形の性質 場合の数と確率 数学と人間の活動</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・数学Ⅰの内容を補完。</li> <li>・数学のよさを認識し、数学的に考える資質・能力を養う。</li> </ul>

「数学と人間の活動」では、整数の約数や倍数、ユークリッドの互除法や二進法、平面や空間において点の位置を表す座標の考えなども取り扱い、人間が数や空間などをどのように捉えてきたかを歴史的な視点なども交えて考察させる。

### < 数学 B >

【数学 B の目標】		
<p>数学的な見方・考え方を働かせ、数学的活動を通して、数学的に考える資質・能力を次のとおり育成することを目指す。</p>		
知識及び技能	思考力・判断力・表現力等	学びに向かう力・人間性等
<p>数列、統計的な推測についての基本的な概念や原理・法則を体系的に理解するとともに、数学と社会生活の関わりについて認識を深め、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付けるようにする。</p>	<p>離散的な変化の規則性に着目し、事象を数学的に表現し考察する力、確率分布や標本分布の性質に着目し、母集団の傾向を推測し判断したり、標本調査の方法や結果を批判的に考察したりする力、日常の事象や社会の事象を数学化し、問題を解決したり、解決の過程や結果を振り返って考察したりする力を養う。</p>	<p>数学のよさを認識し数学を活用しようとする態度、粘り強く柔軟に考え数学的論拠に基づいて判断しようとする態度、問題解決の過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善したりしようとする態度や創造性の基礎を養う。</p>

#### ・内容の構成と取扱い

内容	科目構成の考え方
<p>数列 統計的な推測 数学と社会生活</p>	<p>・数学的な素養を広げるとともに、知識や技能などを活用して問題解決や意思決定をすることなどを通して数学的に考える資質・能力を養う。</p>

「統計的な推測」では、区間推定及び仮説検定も取り扱う。また、「数学と社会生活」では、散布図に表したデータを一次関数などとみなして処理することも取り扱う。

### < 数学 C >

【数学 C の目標】		
<p>数学的な見方・考え方を働かせ、数学的活動を通して、数学的に考える資質・能力を次のとおり育成することを目指す。</p>		
知識及び技能	思考力・判断力・表現力等	学びに向かう力・人間性等
<p>ベクトル、平面上の曲線と複素数平面についての基本的な概念や原理・法則を体系的に理解するとともに、数学的な表現の工夫について認識を深め、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付けるようにする。</p>	<p>大きさと向きをもった量に着目し、演算法則やその図形的な意味を考察する力、図形や図形の構造に着目し、それらの性質を統合的・発展的に考察する力、数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表現する力を養う。</p>	<p>数学のよさを認識し数学を活用しようとする態度、粘り強く柔軟に考え数学的論拠に基づいて判断しようとする態度、問題解決の過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善したりしようとする態度や創造性の基礎を養う。</p>

#### ・内容の構成と取扱い

内容	科目構成の考え方
<p>ベクトル 平面上の曲線と複素数平面 数学的な表現の工夫</p>	<p>・数学的な素養を広げるとともに、数学的な表現の工夫を通して数学的に考える資質・能力を養う。</p>

今回の改訂で、「数学C」を新設し、従前の「数学Ⅲ」の「平面上の曲線と複素数平面」及び「数学B」の「ベクトル」を「数学C」に移行するとともに、従前の「数学活用」の「社会生活における数理的な考察」の「数学的な表現の工夫」を「数学C」に移行した。「数学的な表現の工夫」では、工夫された統計グラフや離散グラフ、行列などを取り扱う。

### 3 質疑応答

問1 「数学活用」を廃止した理由は、どのようなものか。

「数学活用」は、生徒の数学的活動を一層重視し、具体的な事象の考察を通して数学への興味や関心を高め、数学をいろいろな場面で積極的に活用できるようにすることをねらいとして設けられた科目であった。しかし、実際に履修した生徒があまり多くなかったことに加え、今回「数学活用」のねらいを含む「理数探究基礎」及び「理数探究」が新設されることになったことから、「数学活用」を廃止して「数学C」を新たに設け、「数学活用」の内容を「数学A」、「数学B」、「数学C」の各科目の性格を踏まえて、それらの科目に移行することとした。

問2 「ベクトル」が「数学B」から「数学C」に移行された理由は、どのようなものか。

今回の改訂では、「数学B」と「数学C」の性格を次のように整理している。

数学B: 「数学I」より進んだ内容を含み、数学的な素養を広げるとともに、数学の知識や技能などを活用して問題解決や意思決定をすることなどを通して数学的に考える資質・能力を養う。

数学C: 「数学I」より進んだ内容を含み、数学的な素養を広げるとともに、数学的な表現の工夫を通して数学的に考える資質・能力を養う。

「数学C」の性格を踏まえ、「ベクトル」を「数学C」に移行することとした。

問3 「課題学習」の位置付け等の変更点は、どのようなものか。

課題学習は、数学的活動を一層重視し、生徒の主体的な学習を促し、数学のよさを認識できるようにするとともに、数学的に考える資質・能力を高めるよう位置付けている。

従前の学習指導要領では、「数学I」、「数学A」において位置付けていたが、今回の改訂では、「数学I」、「数学II」、「数学III」に位置付けている。

#### 4 新学習指導要領を踏まえた現行学習指導要領における実践

##### (1) 「北海道高等学校学力向上実践事業」学力テストの分析

「確かな学力」を育成する取組として、目的や対象を明確にしたモデルを設定し、各モデルに応じて授業や家庭学習等で活用できる実用的な教材の開発及び生徒の学習内容の定着状況を把握するための学力テストを行っている。学力テストは、道立高等学校等の第1学年を対象に、各学校が生徒の状況に応じてコアアビリティモデル（Cモデル）、ベーシックモデル（Bモデル）及びアドバンスモデル（Aモデル）の3つのモデルの中から選択して実施している。

平成29年度に実施した学力テストの各モデルにおける全道の概況及び課題については、次のとおりである。

##### ア 全道の概況

各モデルの領域別正答率を平成28年度の数值と比較した結果は次のとおりである（表1）。

##### (ア) Cモデル

- ・「図形の性質」の正答率が上昇
- ・「データの分析」及び「整数の性質」の正答率が下降

##### (イ) Bモデル

- ・正答率が大きく変化している領域はない。

##### (ウ) Aモデル

- ・「整数の性質」の正答率が上昇

表1 各モデルにおける領域別正答率

	数と式		図形と計量		二次関数		データの分析		場合の数と確率		整数の性質		図形の性質	
	H28	H29	H28	H29	H28	H29	H28	H29	H28	H29	H28	H29	H28	H29
Cモデル	66.6	67.5	61.9	61.2	51.6	51.3	65.5	62.4	52.1	52.6	62.6	53.5	44.8	47.7
Bモデル	42.0	42.5	27.6	27.4	23.9	24.1			25.0	25.1			27.6	27.4
Aモデル			46.9	47.8	40.4	40.1			21.0	21.7	25.3	31.9		

##### イ 課題

各モデルにおいて、平成28年度の数值と比較し、課題と考えられる事項は次のとおりである。

##### (ア) Cモデル

- ・「データの分析」、「整数の性質」及び「図形の性質」における無解答率が上昇（表2）

このことから基礎的・基本的な知識及び技能の確実な習得を図るとともに、知的好奇心や粘り強く考え抜く力を育成する必要がある。

表2 Cモデルにおける領域別無解答率

	数と式		図形と計量		二次関数		データの分析		場合の数と確率		整数の性質		図形の性質	
	H28	H29	H28	H29	H28	H29	H28	H29	H28	H29	H28	H29	H28	H29
Cモデル	2.7	1.3	3.6	2.6	4.1	2.9	5.3	7.0	6.5	4.8	9.7	19.3	10.8	12.5

(イ) Bモデル及びAモデル

・「数学的な見方や考え方」の正答率において、平成28年度より改善が見られるものの、他の観点に比べて数値が低い(表3)。

このことから、数学を活用して事象を論理的に考察する力や統合的・発展的に考察する力を育成する必要がある。

表3 Bモデル及びAモデルにおける観点別正答率

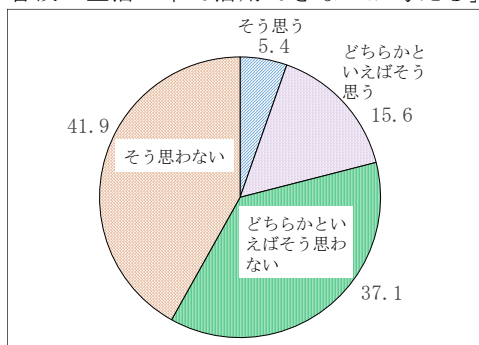
	関心・意欲・態度		数学的な見方や考え方		数学的な技能		知識・理解	
	H28	H29	H28	H29	H28	H29	H28	H29
Bモデル	69.0	66.9	15.4	15.8	20.3	21.0	27.8	29.3
Aモデル	42.5	45.1	11.0	14.8	25.0	24.4	45.8	52.8

他の観点より数値が低い

ウ 学習状況等調査について

「数学の授業で学習したことを普段の生活の中で活用できないか考える」の設問において、「そう思う」又は「どちらかといえばそう思う」の肯定的な回答をした生徒の割合が、20%程度にとどまっており、日常生活や社会の事象などを数理的に捉え、数学的に表現・処理し、問題を解決する力を育成する必要がある(グラフ)。

グラフ 「数学の授業で学習したことを普段の生活の中で活用できないか考える」

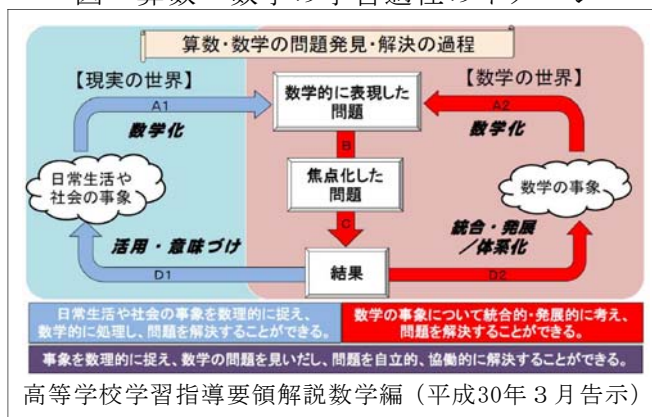


エ 改善の方向性

今回の高等学校学習指導要領の改訂では、数学的に考える資質・能力を育成する上で、数学的な見方・考え方を働かせた数学的活動を通して学習を展開することを一層重視している。

また、「日常生活や社会の事象などを数理的に捉え、数学的に表現・処理し、問題を解決し、解決の過程を振り返り得られた結果の意味を考察する過程(図左側【現実の世界】)」と「数学の事象から問題を見だし、数学的な推論などによって問題を解決し、解決の過程や結果を振り返って統合的・発展的、体系的に考察する過程(図右側【数学の世界】)」の二つの学習過程を意識することが大切である。

図 算数・数学の学習過程のイメージ



課題の改善の方向性として、数学の学習において、数学的な見方・考え方を常に意識するとともに、数学的な見方・考え方を働かせる機会を意図的に設定することが重要である。実際の授業では、教科書に記載されている「数学的に表現された問題」から取り掛かり、結果を得て既習の知識との関係を見直し、さらに問題を発展させて新たな結果を得た後に日常生活や社会の事象などに活用するなどの進め方も考えられる。現実の世界を反映した問題を取り扱い、生活や社会との関連を重視した学習は、数学の学習に対する関心や意欲が高くない生徒にも数学を学習する意義を認識させ、意欲を高め数学的な力を伸ばすことにもつながると考えられる。



# Topic

## 数学科における北海道高等学校学力向上実践事業における教材の活用

道教委では、「北海道高等学校学力向上実践事業」として、学力テスト及び学習状況等調査を実施するとともに、各校における学習指導の充実に向けて、各モデルごとに教材や指導案、確認テストなどを作成し、ウェブページに掲載している。教材等の一部を次に示す。

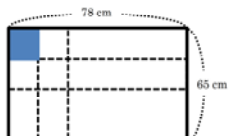
### 【Cモデル指導案・ワークシート】

**Cモデル 数学**

ユークリッドの互除法の成り立ち (027 教材・整数の性質・例題6) に関する数学的な見方や考え方を重視した指導法

**【数学的な見方や考え方を重視した問題】**

問 縦 65 cm、横 78 cm の長方形の面に、1 辺の長さ a cm の正方形のタイルをすき間なく敷き詰めたい。タイルをできるだけ大きくするには、a の値をいくらにすればよいか。ただし、a は整数とする。



**【出題（作成）のねらい】**

最大公約数を求める際、具体的な2つの整数が大きいときに用いるのがユークリッドの互除法である。ここでは大きい正方形のタイルを敷き詰めていきながらユークリッドの互除法の流れについて解さることがねらいである。本評価問題では、敷き詰められる正方形を図で表し、表した図を立て、互除法の原理を学ぶ。

**【出題のねらい】や【学習・指導の流れ】とともに、【ワークシート】が作成されており、授業に活用することができる。**

**【学習・指導の流れ】**

学習活動	指導上の留意点	評価
① 本問にある長方形に敷き詰められる正方形を見つけさせる。	できるだけ大きな正方形について考えさせる。	・長方形の中に正方形を敷き詰めることができるか。
② 敷き詰めた正方形の辺の長さ a と長方形の辺の長さとの関係について考えさせる。	・長方形の辺を正方形の辺の長さと同じ長さで割るという観点で考えさせる。	・表した図から式を導き出せるか。
③ 練習を用い、まとめさせる。		・ユークリッドの互除法について理解しているか。

### 【Bモデル教材】

**図形と計量 図形の応用 (例題編)**

**【問題を考えるときの大切な視点】**

(1) 3 辺の長さが決まっている場合、余弦定理を用 (2) 円に内接する四角形の向かい合う角の和は 180° であること、どの角に対しても余弦の値を求めることができる。

**例題**

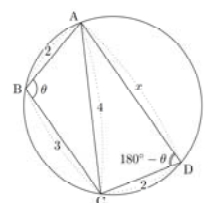
AB = 2, BC = 3, CA = 4 である△ABCにおいて、△ABCの外接円上に点 D を、A, B, C, D がこの順に並ぶようにする。CD = 2 であるとき、DA の長さを求めよ。

**解答**

∠ABC = θ とおく。  
 △ABC において余弦定理を用いると  
 $\cos \theta = \frac{2^2 + 3^2 - 4^2}{2 \cdot 2 \cdot 3} = -\frac{1}{4}$

また、DA = x とおく。  
 内接四角形の対角の性質より ∠ADC = 180° - θ であるから  
 △ADC において余弦定理を用いると  
 $4^2 = x^2 + 2^2 - 2 \cdot x \cdot 2 \cdot \cos(180^\circ - \theta)$   
 $16 = x^2 + 4 - 4x(-\cos \theta)$   
 $x^2 - x - 12 = 0$   
 $(x - 4)(x + 3) = 0$

よって  
 $x = 4, -3$   
 $x = DA > 0$  であるから  
 DA = 4 ……(答)



**【発展】180° - θ の三角比について**

180° - θ の三角比  
 $\sin(180^\circ - \theta) = \sin \theta$   
 $\cos(180^\circ - \theta) = -\cos \theta$

等は、対称性を利用して導いた。この公式は数学Ⅱで学習する加法定理  
 $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$   
 $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$

を用いれば、計算が楽くすることができる。

### 【Aモデル教材】

**複素数平面 方程式への応用 (例題編)**

**【問題を考えるときの大切な視点】**

方程式  $z^n = \alpha$  の解は、ド・モアブルの定理を利用して求めるが、図形的には複素数平面上で円に内接する正 n 角形の n 個の頂点を表す。1 つ解が求まれば、残りはその頂点を求めればよい。

**例題**

方程式  $z^4 = -2 + 2\sqrt{3}i$  の解を求めよ。

**解答**

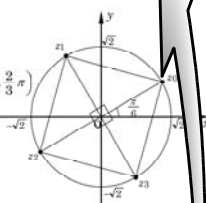
$z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$  とおくと、  
 $z^4 = \{r(\cos \theta + i \sin \theta)\}^4 = r^4(\cos 4\theta + i \sin 4\theta)$

一方、 $-2 + 2\sqrt{3}i$  を極形式で表すと、  
 $-2 + 2\sqrt{3}i = 4 \left( -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right) = \sqrt{2}^4 \left( \cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right)$

だから、  
 $r^4 = \sqrt{2}^4, 4\theta = \frac{2\pi}{3} + 2n\pi$  (n は整数)  
 $r = \sqrt{2}, \theta = \frac{\pi}{6} + \frac{n}{2}\pi$

$0 \leq \theta < 2\pi$  の範囲で考えると、 $n = 0, 1, 2, 3$  であるから、

n=0 のとき、 $\theta = \frac{\pi}{6}$   $z_0 = \sqrt{2} \left( \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right) = \frac{\sqrt{6}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$   
 n=1 のとき、 $\theta = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{3}$   $z_1 = \sqrt{2} \left( \cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{2}i$   
 n=2 のとき、 $\theta = \frac{\pi}{6} + \pi = \frac{7\pi}{6}$   $z_2 = \sqrt{2} \left( \cos \frac{7\pi}{6} + i \sin \frac{7\pi}{6} \right) = -\frac{\sqrt{6}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$   
 n=3 のとき、 $\theta = \frac{\pi}{6} + \frac{3\pi}{2} = \frac{5\pi}{3}$   $z_3 = \sqrt{2} \left( \cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{6}}{2}i$

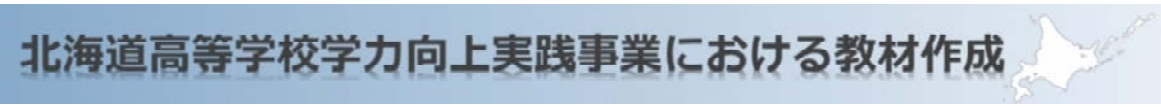


他の事象との関係を認識し統一的・発展的に考察する力を養う工夫が取り入れられている。

「問題を考えるときの大切な視点」が示されており、数学的な見方・考え方を働かせ、問題の解決に向けて見通しをもち取り組むことができる。

生徒の実態を踏まえて、これらの教材等を活用し、各学校における数学教育の充実を図ってほしい。

【ウェブページURL <http://www.gakuryoku.hokkaido-c.ed.jp>】



## (2) 実践例

ア データの分析から課題を考察する力を育む取組について

新学習指導要領においては、複数の種類のデータを、散らばりや変量間の関係などに着目し、適切な手法を選択して分析を行い、問題解決したり、解決の過程や結果を批判的に考察し判断したりできるようにすることが求められている。

ここでは、「数学 I」の「データ分析」における課題学習の実践例を示す。

科目名	数学 I	単元名	データの分析		
単元の目標	統計の基本的な考えを理解するとともに、それを用いてデータを整理・分析し傾向を把握できるようにする。				
評価の観点	関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	知識・理解	
評価規準	データの散らばり及びデータの相関に関心をもつとともに、統計的な考え方のよさを認識し、それらを事象の考察に活用しようとしている。	事象をデータを用いて考察し、その傾向などを的確に表現することができる。	事象をデータを用いて表現・処理する仕方やデータの傾向を把握する方法などの技能を身に付けている。	データの分析における基本的な概念、原理・法則などを理解し、知識を身に付けている。	
配当時間	10時間				
指導と評価の計画					
時間	学習内容	学習のねらい	評価規準	授業形態	評価方法等
2	データの整理 データの代表値 <b>習得</b>	○身近なデータを度数分布表やヒストグラムに整理し、データの分布を把握する。 ○平均値、中央値、最頻値の定義や意味を理解し、それぞれの値を求めることができる。	○データの活用を行っている身近な例から統計的な考え方のよさを認識しようとしている。 <b>(関)</b> ○データの分析に必要な代表値の意味や扱いについて理解している。 <b>(知)</b>	講義 <b>主体的な学び</b>	・活動状況の観察 ・ワークシートの記述内容の点検 ・確認テスト
2	データの散らばりと四分位範囲 <b>習得</b>	○四分位範囲、四分位偏差を求めることができ、それらを用いてデータの傾向を把握することができる。	○四分位範囲、四分位偏差を求めることができる。 <b>(技)</b> ○四分位範囲、四分位偏差、箱ひげ図を用いて、データの傾向を的確に表現することができる。 <b>(見)</b>	講義 <b>主体的な学び</b>	・活動状況の観察 ・ワークシートの記述内容の点検 ・確認テスト
2	分散と標準偏差 <b>活用</b>	○分散と標準偏差を求め、それらを用いてデータの傾向を把握することができる。	○分散と標準偏差を求めることができる。 <b>(技)</b> ○分散、標準偏差を用いて、データの傾向を的確に表現することができる。 <b>(見)</b>	講義 協働学習 <b>対話的な学び</b>	・活動状況の観察 ・確認テスト
2	データの相関 <b>活用</b>	○散布図と相関係数の意味を理解し、それらを用いてデータの相関を考察する。	○散布図と相関係数を用いて、データの傾向を的確に表現することができる。 <b>(見)</b>	講義 協働学習 <b>対話的な学び</b>	・活動状況の観察 ・ワークシートの記述内容の点検
2	課題学習 <b>活用</b> <b>探究</b> ○次の学習指導案を参照	○既習事項を活用してデータを分析し、課題を考察する。	○既習事項を課題解決に活用しようとしている。 <b>(関)</b> ○データを分析し、的確に表現することができる。 <b>(見)</b>	協働学習 <b>対話的な学び</b> <b>深い学び</b>	・活動状況の観察 ・ワークシートの記述内容の点検

**関**:「関心・意欲・態度」 **見**:「数学的な見方や考え方」 **技**:「数学的な技能」 **知**:「知識・理解」

### 「データの分析」の主な変更点

- 四分位数など(箱ひげ図を含む)を中学校に移した。
- 「仮説検定の考え方」を取り扱うこととした。実際の場面を考慮し、具体例を通して「仮説検定の考え方」を直観的に捉えるさせるようにした。

### 中学校数学科「データの活用」の内容

- 第1学年では、目的に応じてデータを収集し、コンピュータを用いるなどしてデータを表やグラフに整理し、データの分布の傾向を読み取り、批判的に考察して判断すること。
- 第2学年は、複数の集団のデータの分布に着目し、四分位範囲や箱ひげ図を用いてデータの分布の傾向を比較して読み取り批判的に考察して判断すること。
- 第3学年では、母集団から標本を取り出し、標本の傾向を調べることで母集団の傾向を推定し判断したり、調査の方法や結果を批判的に考察したりすること。

### 習得・活用・探究

- 「見方・考え方」を、習得・活用・探究という学びの過程の中で働かせることを通じて、より質の高い深い学びにつなげることが重要である。

## 数学科学習指導案

- 1 単元名 数学Ⅰ データの分析
- 2 本時の学習 課題学習 ～データの整理、表現～（本時 9・10/10時間）
- 3 本時の目標
  - ・既習事項を課題解決に活用しようとしている。（**関**）
  - ・データを分析し、的確に表現することができる。（**見**）
- 4 9 時間目の展開

過程	学習活動	形態	指導上の留意点	評価の観点
導入 5分	○ <b>本時のねらい・学習内容の確認</b> 「既習事項を活用してデータを分析し、課題を考察する。」	一斉	・ねらいや評価規準を明確にすることで、本時の学習に見通しをもたせる。	
展開 40分	○ <b>課題の考察</b>  <b>課題</b> 「あなたは、○○コンサートホールのコンサート企画リーダーです。別に示された表は、昨年実施された全公演のアンケート結果です。アンケート結果のデータを基に、来年の集客増加のための方策を考え、企画メンバーにプレゼンテーションしてみよう。」  <b>条件</b> ・昨年は「クラシック」、「ポップス」、「ミュージカル」、「アイドル」の4部門で毎月公演を行った。来年は、この4部門から1分野に特化し公演を行うものとする。  ・アンケート結果を見て、どの分野で公演を行うのがよいか、直感的な判断で1つに絞ってみる。  <b>手順1</b> アンケート結果から各部門ごとにデータを分析してみよう。 ・満足度、平均年齢、集客率、女性比率、グッズ投資について、平均値や標準偏差などの統計量を求める。  <b>手順2</b> 来年は、どの部門で公演を行うのがよいか、データの数値を基に考えてみよう。 ・ <b>手順1</b> 、 <b>手順2</b> を通してグループ内で出た意見をまとめ、根拠を明確にしながら発表させる。	個人  グループ  グループ  <b>対話的な学び</b>	・データを分析する前に、直感的な判断による自由な発想で考えさせる。  ・グループで表計算ソフトを用いてデータを整理し、分析させる。 ・表計算ソフトの使い方については、情報科との連携が考えられる。  ・考察した内容を数学的に表現し、根拠を明らかにして説明できるよう指示する。 ・考えがイメージできない場合には、考えを引き出す発問をする。	
整理 5分	・他のグループの意見を参考に、改善策について整理する。		・複数の視点で考えることの大切さを理解させる。	
5 10時間目の展開				
導入 5分	○ <b>本時のねらい・学習内容の確認</b> 「前時で学習したことを、探究的な学習へ移行し、問題解決の過程から、批判的に考察し判断できる。」	一斉	・ねらいや評価規準を明確にすることで、本時の学習に見通しをもたせる。	
展開 40分	○ <b>探究的な学習の考察</b>  <b>探究的な学習1</b> 前時の <b>手順2</b> で選んだ部門において、さらに集客を回り、売上げを増やすために、どのような戦略を立てることがよいか考えてみよう。 ・グループになり、各自が考察した内容を交流する。 ・解決の過程や結果を批判的に考察する。  <b>探究的な学習2</b> 先に提示したアンケートデータには、提示していない条件（公演回数の制限、予算など）がありました。その条件の基で、再度来年の戦略を考えてみよう。 ・いくつかのグループを指名し、考察したことを発表させる。	グループ  グループ  <b>深い学び</b>  一斉	問題の解決過程を振り返り、得られた結果の意味を考察するなど、探究が可能な課題となるよう適切な示唆を与え、探究的な学習を実施することが考えられる。  模範解答は存在しないが、答えのない問題に自ら答えを見いだしていく思考力・判断力・表現力等の育成につながる。	<b>見</b>
整理 5分	○ <b>本時の学習の振り返り</b> ・本時の学習を通して、データの分析について理解したことを整理し、ワークシートにまとめる。	個人	・本時の学習内容を振り返り、学習内容の定着を図る。	

### 育成すべき資質・能力

○本時においては、次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けることを目指す。

「目的に応じて複数の種類のデータを収集し、適切な統計量やグラフ、手法などを選択して分析を行い、データの傾向を把握して事象の特徴を表現すること」

【ワークシート】

【アンケート結果】

#### ■評価規準

- ▲「努力を要する」状況と判断した生徒への手立て
- 評価方法

### 関心・意欲・態度

- データを分析し、課題解決に活用しようとしている。
- ▲それぞれの代表値の違いや共通点に着目させる。
- 観察、ワークシート

### 数学的な見方や考え方

- 統計量を基に、データの傾向を捉え、根拠を明らかにして的確に表現できる。
- ▲統計量が表す意味について確認し、複数のデータの違いや共通点に着目させる。
- 観察、ワークシート

### 統計的探究プロセス

○「問題－計画－データ－分析－結論」の五つの段階からなる。これら一連のプロセスは、計画を立てながら問題を見直して修正を加えたり、グラフを作り直して分析したり、ときにはデータを集め直したり、相互に関連し、行き来しながら進むものであるが、問題解決過程において、自分たちがどの段階にあるのかを把握することが大切である。

イ 数学的活動を充実させる取組について

数学的活動とは、事象を数理的に捉え、数学の問題を見だし、問題を自立的、共働的に解決する過程を遂行することである。新学習指導要領では、数学的に考える資質・能力を育成する上で、数学的な見方・考え方を働かせた数学的活動を通して学習を展開することを一層重視した。ここでは「数学A」の「整数の性質」の実践例を示す。

科目名	数学A		単元名	整数の性質(約数と倍数、ユークリッドの互除法)	
単元の目標	整数の性質について理解を深め、それを事象の考察に活用できるようにする。				
評価の観点	関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	知識・理解	
評価規準	整数の性質の関心・意欲・態度を数し、考す。整数にもよる。	事象を考察し、振り返り、発展させ、見方に	数学的表現の過程をたどり、整理する。	整数の性質を数し、考す。整数にもよる。	整数の性質を数し、考す。整数にもよる。
配当時間	6時間				
指導と評価の計画					
時間	学習内容	学習のねらい	評価規準	授業形態	評価方法等
1	約数と倍数 <b>習得</b>	○約数と倍数の特徴や性質について考察する。	○約数と倍数の特徴や性質について理解し、倍数の判定法などを用いる。 <b>(知)</b>	講義	・活動状況の観察 ・確認テスト
1	最大公約数・最小公倍数 <b>習得</b>	○素因数分解を利用して最大公約数・最小公倍数を求め、その性質について考察する。 ○互いに素な整数の性質について考察する。	○素因数分解を利用して最大公約数・最小公倍数を求め、その性質について理解し、互いに素な整数の性質について考察する。 <b>(知)</b>	講義 <b>主体的な学び</b>	・活動状況の観察 ・ワークシート等の記述内容の点検
1	整数の割り算と商・余り <b>習得</b>	○整数の割り算における商と余りの性質について考察する。	○整数aを正の整数bで割る商と余りを求め、aとbの間に成り立つことをつかむ。 <b>(知)</b> ○整数をある正の整数で割ったときの商と余りの性質について考察する。 <b>(技)</b>	講義 <b>主体的な学び</b>	・活動状況の観察 ・ワークシート等の記述内容の点検
1	ユークリッドの互除法 <b>活用 探究</b> ○次の学習指導案を参照	○中学校の学習で用いたユークリッドの互除法の性質について考察する。	○ユークリッドの互除法を用いて最大公約数を求める。 <b>(技)</b> ○ユークリッドの互除法を用いて問題を解決する。 <b>(関)</b>	講義 協働学習 <b>対話的な学び</b> <b>深い学び</b>	・活動状況の観察 ・ワークシート等の記述内容の点検
1	1次不定方程式 <b>習得</b>	○1次不定方程式の利用を考察する。	○1次不定方程式の性質を考察し、整数に関する問題を解くことができる。 <b>(技)</b>	講義	・活動状況の観察 ・確認テスト
1	課題学習 <b>活用 探究</b>	○整数の性質を活用した課題を考察する。	○整数の性質を事象に活用し、課題を考察する。 <b>(関)</b> ○整数の性質や定理を活用し、課題を考察する。 <b>(見)</b>	講義 協働学習 <b>対話的な学び</b> <b>深い学び</b>	・活動状況の観察 ・ワークシート等の記述内容の点検

関：「関心・意欲・態度」 見：「数学的な見方や考え方」 技：「数学的な技能」 知：「知識・理解」

数学的活動の配慮事項

- 各科目の指導に当たっては、数学を学習する意義などを実感できるように工夫するとともに、次のような数学的活動に取り組むものとする。
- ① 日常の事象や社会の事象などを数理的に捉え、数学的に表現・処理して問題を解決し、解決の過程や結果を振り返って考察する活動。
- ② 数学の事象から自ら問題を見だし解決して、解決の過程や結果を振り返って統合的・発展的に考察する活動。
- ③ 自らの考えを数学的に表現して説明したり、議論したりする活動。

指導計画作成上の配慮事項

- 主体的・対話的で深い学びの実現に向けた授業改善
- ・単元など内容や時間のまとまりを見通して、その中で育む資質・能力の育成に向けて、数学的活動を通して、生徒の主体的・対話的で深い学びの実現を図るよう
- ・その際、数学的な見方・考え方を働かせながら、日常の事象や社会の事象を数理的に捉え、数学の問題を見だし、問題を自立的、協働的に解決し、学習の過程を振り返り、概念を形成するなどの学習の充実を図ること。

## 数学科学習指導案

- 1 単元名 数学A 整数の性質（約数と倍数、ユークリッドの互除法）
- 2 本時の学習 ユークリッドの互除法（本時4／7時間）
- 3 本時の目標
  - ・ユークリッドの互除法を用いて最大公約数を求めることができる。（関）
  - ・ユークリッドの互除法を、日常の課題解決に活用しようとしている。（関）

### 4 本時の展開

過程	学習活動	形態	指導上の留意点	評価の観点
導入 10分	<p>○ <b>本時のねらい・学習内容の確認</b> 「中学校の学習事項を活用し、ユークリッドの互除法を用いた最大公約数の求め方の有用性について考察する。」</p> <p>○ <b>中学校の復習</b> 中学校の学習事項を基に、2つの整数の最大公約数を求める。</p>	一斉	・ねらいや評価規準を明確にすることで、本時の学習に見通しをもたせる。	
展開 35分	<p>○ <b>課題1の考察</b></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p><b>課題1</b> 「437と69の最大公約数を、次の方法で求めよう。」 (1) 素因数分解 (2) 素因数分解以外</p> </div> <p>・(2)は、2数の差と最大公約数の関係に着目し、ペアで考察する。 (思考の過程) ① 437から69を6回ひくことから、 <math>437 - 69 \times 6 = 23</math>に気付く。 ② <math>437 = 69 \times 6 + 23</math> ③ <math>437 \div 69 = 6</math>余り23</p> <p>○ <b>課題2の考察</b></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p><b>課題2</b> 「437と69の最大公約数を、ユークリッドの互除法で求めよう。」</p> </div> <p>・課題1を踏まえ、個人で考察する。</p> <p>○ <b>課題3の考察</b></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p><b>課題3</b> 「給食で寒天ゼリーを配膳することになった。寒天ゼリーは縦56cm、横70cmの米飯配膳用アルミ箱に入っており、上から見たときに一辺の長さが全て同じ正方形になるように切り分けたい。一辺が何cmの正方形に切り分けることができるか。また、それぞれ場合で何個に切り分けることができるか考えよう。ただし、整数値で考えるものとする。」</p> </div>	<p>ペア</p> <p>個人</p> <p>グループ 対話的な学び</p> <p>個人 深い学び</p>	<p>素因数分解を用いた最大公約数の求め方を確認し、異なる視点から課題を解決するよさを認識することにつなげる。</p> <p>・最大公約数で2数を割ると余りがなくなることに気付き、ユークリッドの互除法の考えを導く。 ・整式の除法の性質に基づいていることを認識させる。</p> <p>・個人の考察後に、ユークリッドの互助法を用いた最大公約数の求め方をまとめる。</p> <p>・考察した内容を数学的に表現し根拠を明らかにして説明できるよう指示する。</p> <p>日常場面を想定して、実人数に応じた切り分け方を考察させる。</p> <p>・課題3と同様に、1辺が何mmに切り分けることができ、それぞれの場合で何個に切り分けることができるかを考察させる。</p> <p>日常生活における問題の解決に活用することにより、数学のよさを認識することにつなげる。</p>	
整理 5分	<p>○ <b>本時の学習の振り返り</b> ・本時の学習を通して、ユークリッドの互除法について理解したことを整理し、ワークシートにまとめる。</p>	個人	・本時の学習内容を振り返り、学習内容の定着を図る。	

### 育成すべき資質・能力

○本時においては、次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けることを目指す。  
「パズルなどに数学的な要素を見だし、目的に応じて数学を活用して考察すること」

### 【ワークシート】

- 評価規準
- ▲「努力を要する」状況と判断した生徒への手立て
- 評価方法

### 数学的な技能

- ユークリッドの互除法の原理を理解し、互除法を用いて2数の最大公約数を求めることができる。
- ▲割り算を繰り返して余りが0になったときの割る数が、2つの整数の最大公約数であることを具体例を通して確認する。
- 観察、ワークシート

### 関心・意欲・態度

- 日常生活における数学的な側面に着目し、ユークリッドの互除法を用いて課題の解決に向けて考察しようとしている。
- ▲簡単な数値を用いて、具体的に切り分けることを考えさせる。
- 観察

### 数学的活動の充実

- 数学的な問題発見・解決の過程では、主として日常生活や社会の事象に関わる過程と、数学の事象に関わる過程の二つの問題発見・解決の過程を考え、これらの各場面において言語活動を充実し、それぞれの過程を振り返り、評価・改善して学習の質を高めることを重視している。