

数 学

1 学習指導と評価の改善・充実

～「北海道高等学校学力向上推進事業」平成26年度学力テストの分析と指導上の改善点～
 「確かな学力」を育成する取組として、対象や目的を明確にした3つのモデルを設定し、各モデルに応じて授業や家庭学習等で活用できる実用的な教材を開発するとともに、生徒の学習内容の定着状況を把握するために、道立高等学校等の1年生に対し、学力テストを実施した。

(1) 平成26年度学力テストの概要（平成27年2月～3月実施）

モデル名	ねらい	科目・分野
コアアビリティモデル (Cモデル)	社会的・職業的自立に必要とされる能力のうち、教科に関わる最低限必要な学力の定着状況を把握する。	○ 数学Ⅰ及び数学A ・数と式、図形と計量、二次関数、データの分析、場合の数と確率、図形の性質、整数の性質
ベーシックモデル (Bモデル)	選抜性のある大学への進学を希望する生徒を対象に、当該大学への進学に必要とされる学力の定着状況を把握する。	○ 数学Ⅰ及び数学A ・数と式、図形と計量、二次関数、場合の数と確率、図形の性質
アドバンストモデル (Aモデル)	選抜性の高い大学への進学を希望する生徒を対象に、当該大学への進学に必要とされる学力の定着状況を把握する。	○ 数学Ⅰ及び数学A ・図形と計量、二次関数、場合の数と確率、整数の性質

(2) 平成26年度学力テストの分析結果

ア Cモデルの学力テスト（数学Ⅰ）について

(ア) 「二次関数」及び「データの分析」の正答率が低いことから、この領域に関する学習内容の定着状況が十分ではない（表1）。

表1 領域別正答率

コース	領域	数と式	図形と計量	二次関数	データの分析	平均
Cモデル		67.0	63.3	53.6	55.2	61.9

(イ) 「図形と計量」及び「データの分析」における「数学的な見方や考え方の観点」の正答率が低ことから、三角比の相互関係や鈍角の三角比の考え方、データの傾向を的確に把握し、説明する力などが十分に身に付いていない（表2）。

表2 観点別正答率（Cモデル）

観点	領域	数と式	図形と計量	二次関数	データの分析	平均
数学的な見方や考え方		73.1	24.8	50.2	32.7	60.7
数学的な技能		75.9	61.8	51.1	51.5	64.0
知識・理解		55.1	70.2	57.9	59.9	60.2

イ Aモデル及びBモデルの学力テストについて

(ア) Aモデルでは「場合の数と確率」と「整数の性質」、Bモデルでは「図形と計量」と「二次関数」の領域における無解答率が高い。特に、Bモデルの「図形と計量」においては、正答を導くための記述が不十分であり、思考の過程を表現する力が十分に身に付いていない（表3）。

表3 領域別正答率、中間点率及び無解答率

モデル	領域	図形と計量			二次関数		
		正答	中間点	無解答	正答	中間点	無解答
Aモデル		47.6	5.4	23.3	38.4	10.5	22.3
Bモデル		26.9	1.2	46.6	21.1	8.1	41.4
モデル	領域	場合の数と確率			整数の性質 (Aモデル) 数と式 (Bモデル)		
		正答	中間点	無解答	正答	中間点	無解答
Aモデル		23.5	5.2	39.0	23.0	2.4	39.8
Bモデル		25.0	7.6	28.8	37.0	4.0	30.4

(イ) 「数学的な見方や考え方」と「数学的な技能」の観点に関する正答率が低く、無解答率も高いことから、思考の過程を振り返り多面的・発展的に考える力や、事象を数学的に表現・処理する仕方や推論の方法などの技能が十分に身に付いていない(表4)。

表4 観点別正答率、中間点率及び無解答率

モデル	観点			数学的な見方や考え方		
	正答	中間点	無解答	正答	中間点	無解答
Aモデル	49.1	6.2	20.9	13.9	5.5	49.8
Bモデル	65.1	0.0	9.8	13.9	3.7	44.8
モデル	観点			知識・理解		
	正答	中間点	無解答	正答	中間点	無解答
Aモデル	25.5	9.4	34.6	49.4	4.8	17.1
Bモデル	19.4	13.0	44.2	26.1	0.1	34.0

(3) 平成26年度学力テストの結果で明らかになった指導上の改善点

ア (2)アで述べたとおり、「データの分析」においては、データの傾向を的確に把握し、説明する力が十分に付いていないことから、テーマを適切に選び、具体的な事象に基づいた取扱いをすることが大切である。例えば、次のような課題を取り上げ、平均や標準偏差等の用語を具体的な事象と関連付けて扱ったり、授業のまとめにおいて、各自で授業でのポイントを振り返り、ペアで話し合い学習内容の理解を深めたりすると有効である。(Cモデル教材「データの分析」演習)

AとBの2人でゲームを行い、その得点の結果は以下のとおりとなった。
 A 平均点：150点、標準偏差：24.0 B 平均点：150点、標準偏差：16.0
 このとき、2人のデータの傾向として正しい説明がされているものを以下の選択肢から選びなさい。(選択肢略)

イ (2)イで述べたとおり、思考の過程を表現する力が十分に身に付いていないことから、授業において、自らの考えを数学的に表現し根拠を明らかにして説明したり、議論したりすることが大切である。例えば、「図形と計量」において、次のような課題を取り扱い、問題の解答を生徒に板書させ、どのように考えて解いたかを説明させたり、どのように修正すればよりよい表現になるかを生徒同士で考えさせたりすると有効である。(Aモデル教材「図形と計量」例題)

三角形ABDにおいて、 $AB=5$ 、 $DA=8$ 、 $\angle BAD=60^\circ$ とする。次の問いに答えよ。
 (2) $BC=CD=4$ で、直線BDに関して点Aと反対側に点Cをとるとき、点Cは△ABDの外接円の内部か外部か円周上か、理由も添えて答えよ。

また、どこで間違えたのか、間違えた理由は何かを理解させることが大切であることから、例えば、「二次関数」において、次のような課題を取り扱い、間違った解答を示し、どのように修正すれば正答になるかを生徒が主体的に考えたり、模範解答についてグループ内で確認し合ったりすると有効である。(Bモデル教材「二次関数」例題)

$f(x) = x^2 - 2ax + 2a + 8$ とする。放物線 $y = f(x)$ を y 軸方向に q だけ平行移動し、さらに、 x 軸に関して対称移動したら放物線 $y = -(x - 3)^2 + 5$ となった。
 a と q の値を求めよ。

各モデルの教材は、道教委のホームページに掲載している。
<http://www.gakuryoku.hokkaido-c.ed.jp>

2 「確かな学力」を育成する取組の改善・充実

～平成26年度学力向上推進事業学力テスト分析結果で明らかになった課題の解決に向けた具体的な取組～

前項で示した指導上の改善点うち、ここでは授業における留意点を次にまとめ、「図形と計量」、「データの分析」における学習指導の具体的な事例を紹介する。

(1) 数学的活動の充実を図り、数学的な思考力・表現力を育成する授業

基礎的な知識・技能を習得するとともに、実社会や実生活の中でそれらを活用しながら、自ら課題を発見し、その解決に向けて主体的・協働的に探究し、学びの成果等を表現し、更に実践に生かしていけるようにすることが重要である。そのために必要な力を育むためには、「何を教えるか」という知識の質や量の改善はもちろんのこと、「どのように学ぶか」という、学びの質や深まりを重視することが求められている。


数学科においては、数学的活動の一層の充実を図ることで、数学的な思考力・表現力を育成し、学習した内容を具体的な事象の考察に活用する力を身に付けさせることができる。また、互いの考えを伝え合い、自らの考えや集団の考えを発展させる協働的な学び合いにより、学習内容に対する理解を深めさせることができる。

数学的活動

○数学的活動とは、数学学習に関わる目的意識をもった主体的な活動である。高等学校では特に、解決するための構想を立て、考察・処理し、その過程を振り返って得られた結果の意義を考えたり、自らの考えを数学的に表現し根拠を明らかにして説明したりすることなどを重視する。

数学科学習指導案

- 1 単元名 数学Ⅰ 図形と計量 ～図形の計量～
- 2 本時の学習 空間図形への応用（本時 8 / 10時間）
- 3 本時の目標 学習した内容を図形（空間図形）の計量に活用することができる。（見）
- 4 本時の展開

過程	学習活動	形態	指導上の留意点	評価の観点
導入 5分	○ 既習事項の確認 確認問題 (1) $\angle A$ の大きさを求めよ。 (2) 面積を求めよ。 	一斉	・既習事項を確認し、学習内容の定着を図る。	
展開 40分	○ 本時のねらい・学習内容の確認 「空間図形の計量の方法について考え、その方法を説明できる。」 課題 $AB=3$ 、 $AD=1$ 、 $AE=2$ である直方体 $ABCD-EFGH$ がある。 $\triangle AFC$ の面積を求めよ。	一斉	・図形的なイメージを膨らませ、課題を解決するための構想を立てられるよう、ICTを活用し、具体物をクラス全体に提示する。	

課題提示の工夫

- ◆一人一人の生徒がそれぞれの方法で結果を見通すことのできるような課題や解決のために多様な数学的な見方や考え方が発揮されるような課題となるよう工夫する。
- ◆学習課題への興味・関心を高めたり、学習内容を分かりやすく説明したりするなど、学習の効果を高めるため、ICTを効果的に活用する。

ICT活用の例

具体物を全体に提示し、生徒の思考や理解を深める

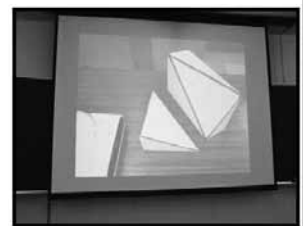
主に活用したICT機器・コンテンツ等とそのねらい

実物投影機
プロジェクター

・具体物を全体に提示し、立体の断面などを明確にし把握することにより、興味・関心を高めるとともに、解を求める過程を主体的に考察する。

活用のポイント

- ・実物投影機を利用し具体物を提示することにより、生徒の立体に対する図形的なイメージを膨らませ、図形に対する興味や関心を高める。



いろいろな角度から断面の様子を観察し、立体の図形的な特徴を把握する

	<input type="checkbox"/> 個人での課題の考察 (5分) ・教科書、ノートを確認しながら、各自課題に取り組む。	個人	個人で考える場を設け、自分の考えや分かったこと、分からないことを明確にすることも大切である。	見
	<input type="checkbox"/> グループでの課題の考察 (15分) ・個人で考察したことをグループで交流する。 ・協働して課題の解決に取り組む。	グループ	話し合いが円滑に進むよう、声かけをする。	
	<input type="checkbox"/> グループ間での解法の交流 (10分) ・解決したグループは、他のグループに説明者を1名派遣し、解法を説明する。説明を受けたグループは適宜質問し、理解を深める。	グループ	生徒一人一人が、他者の考えとの共通点や相違点を意識しながら考えを深めていくような活動を充実する。	
	<input type="checkbox"/> 解法の発表 (10分) ・生徒が解法を発表する (2グループ)。 ・必要に応じて、質疑応答し理解を深める。	全体	実物投影機を活用し、生徒のノートをクラス全体に提示する。	
整理 5分	<input type="checkbox"/> 本時の学習の振り返り ・課題を解決する上でのポイントや構想をワークシートに整理する。 ・家庭学習課題により、学習した内容を確認する。	一斉	筋道を立てて、根拠を明らかにしながら考察させる。 家庭学習課題を指示し、学習内容の定着を図る。	見

■評価規準
□評価方法

数学的な見方や考え方

■余弦定理などの学習内容を活用し、課題を解決するための構想を立て、図形の計量を考察することができる。
□観察、発言

▲「努力を要する」状況と判断した場合の手立て

評価を行ったとき、目標の実現状況が良好でなかった場合の学習指導案 (どのグループも課題の解決に向けた考察が進まなかった場合)

<input type="checkbox"/> グループでの課題の考察 (15分) ・個人で考察したことをグループで交流する。 ・協働して課題の解決に取り組む。	グループ	話し合いが円滑に進むよう、声かけをする。	見
【目標の実現状況確認後の流れ】 ● 次の事項について、グループで考察する。 ・△AFCの面積を求める方法を整理する。 ・その方法を用いるために、必要な要素を整理する。 ・その要素をどのようにすれば求められるかを考察する。			
<input type="checkbox"/> グループでの課題の再考察 (10分)	グループ	グループごとに、考察の方向性が適切かどうか判断し援助する。	見
<input type="checkbox"/> グループ間での解法の交流 (5分) ・解決したグループは他のグループに説明者を1名派遣し、考え方を説明する。説明を受けたグループは適宜質問し、理解を深める。	グループ		
<input type="checkbox"/> 解法の発表 (5分) ・生徒が解法を発表する (1グループ)。	一斉	実物投影機を活用し、生徒のノートをクラス全体に提示する。	

ワークシートの例 (生徒の記入例)

【問題を解く過程を整理しよう】 年 組 番 名前

課題 AB=3, AD=1, AE=2である直方体ABCD-EFGHがある。
△AFCの面積を求めよ。

★この問題を解くときのポイント

〔3辺がわかれば面積が求められる!〕

① ACの長さ を求める。…使用する公式等 (三平方の定理) $a^2 + b^2 = c^2$ (△ADC)

② AFの長さ を求める。…使用する公式等 $a^2 + b^2 = c^2$ (△AEF)

③ CHの長さ を求める。…使用する公式等 $a^2 + b^2 = c^2$ (△CFG)

④ $\cos \angle AFC$ の値 を求める。…使用する公式等 (余弦定理) $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

⑤ $\sin \angle AFC$ の値 を求める。…使用する公式等 $(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1)$

⑥ △AFCの面積 を求める。…使用する公式等 $(S = \frac{1}{2} bc \cdot \sin A)$

【目標の実現状況に基づいた指導の工夫】
目標が実現されていないと判断したときには「目標が実現されるにはどのような取組が必要か」を考え即座に指導を改善していくことが必要である。

授業のまとめとして、その時間のポイントなどを生徒に表現させる活動は、自らの考えを数学的に表現し根拠を明らかにするとともに、考察・処理の過程を振り返って得られた結果の意義を考えたり、それを発展させたりすることにつながる。

(2) 事象の考察において、数学的に表現し解釈し、考えを深めていく授業

高等学校の数学科では、学習する事柄がどこで役立つのか分かりにくいことがよく指摘される。また、知識・技能が身に付いているにもかかわらず、それを活用することができない、計算をすることができるが、その結果が何を示しているかが分からないといったことも少なくない。

知識・技能の確実な定着に当たっては、知識・技能を実際に活用する力の育成を視野に入れることが重要である。

例えば、数学Ⅰの「データの分析」で扱う平均や分散、標準偏差などについては、公式を覚えて計算ができるだけでなく、その結果が何を示しているのかを理解し、様々な問題解決の場面で活用することができるよう、指導の在り方を工夫することが必要である。

ここでは、数学Ⅰの「データの分析」において、根拠を明らかにし筋道を立てて体系的に考えることや、言葉や数、式、図、表、グラフなどの相互の関連を理解し、それらを適切に用いて問題を解決すること、自分の考えを分かりやすく説明したり、互いに自分の考えを表現し伝え合ったりすることなどの指導を充実する授業の一例を示す。

数学科学習指導案

1 単元名 数学Ⅰ データの分析 ～データの散らばり～
 2 本時の学習 分散と標準偏差 (本時4・5/11時間) ※2時間連続授業
 3 本時の目標
 ・統計における既習の代表値やグラフ等を用いてデータの傾向を把握し、それらを事象の考察に活用しようとする。(関)
 ・分散及び標準偏差の意味について理解し、それらを用いてデータの傾向を把握し、説明することができる。(見)

4 本時の展開

過程	学習活動	形態	指導上の留意点	評価の観点																																													
導入 15分	<p>○ 本時のねらい・学習内容の確認 「データの傾向を把握し、説明できる。」</p> <p>課題 数学の試験があり、第1回のクラスの平均点は60点で、Aさんの得点は70点であった。Aさんは第2回の試験では第1回目より勉強を頑張ったが、結果は前回と同じクラスの平均点が60点で、Aさんの得点は70点だった(下表)。Aさんはこの結果に少しがっかりしているが、2つの試験の結果が次のとおりであるとすると、Aさんの2つの試験におけるでき具合は同じと断言してもよいのだろうか。</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>番号</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> <th>6</th> <th>7</th> <th>8</th> <th>9</th> <th>10</th> <th>11</th> <th>12</th> <th>13</th> <th>14</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>第1回</td> <td>34</td> <td>72</td> <td>85</td> <td>90</td> <td>58</td> <td>23</td> <td>70</td> <td>50</td> <td>60</td> <td>96</td> <td>41</td> <td>34</td> <td>95</td> <td>32</td> </tr> <tr> <td>第2回</td> <td>55</td> <td>58</td> <td>62</td> <td>85</td> <td>60</td> <td>44</td> <td>70</td> <td>53</td> <td>68</td> <td>64</td> <td>52</td> <td>53</td> <td>72</td> <td>44</td> </tr> </tbody> </table>	番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	第1回	34	72	85	90	58	23	70	50	60	96	41	34	95	32	第2回	55	58	62	85	60	44	70	53	68	64	52	53	72	44	一斉	<ul style="list-style-type: none"> 異なる2つの試験のでき具合を考察するためにデータの散らばりに着目し、その尺度や表現を学習していくことを意図して課題を提示する。 各自の考えをまとめる時間をとる。 	
番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14																																			
第1回	34	72	85	90	58	23	70	50	60	96	41	34	95	32																																			
第2回	55	58	62	85	60	44	70	53	68	64	52	53	72	44																																			

言語活動との関連

○事象を考察する過程において、判断の根拠をデータに基づいて数学的に表現し、説明したり話し合ったりする。

生徒の手計算をいわずに求めることがないように、事前準備として、電卓等を準備させる。

生徒のもつ素朴なアイデアを深め、洗練していくために、各自の考えを明確にできるようにする。そのため、課題解決への方向性を見出す時間を確保するとともに、記述用のワークシートを用意することも考えられる。

ワークシートの例

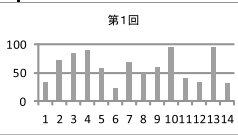
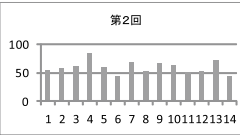
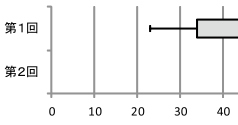
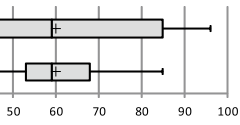
年 組 番 名 前

課題

Aさんの2つの試験におけるでき具合は同じと断言してもよいのだろうか？

課題について判断するためには、どのようなことを調べると良いか考えてみましょう。

この段階で、結論を導く必要はない。ワークシートは、生徒の自然な発想を遮断することがないように、指示による誘導等はできる限り避け、自由な記述ができるようにする。しかし、生徒の考えがなかなか進まない場合には、「データをそれぞれ小さい順に並べてみましょう。」等の的確なアドバイスをすることが考えられる。

<p>展開 ① 35分</p>	<p>○ グループでのデータの考察 ・ 3～4人でグループを作り、課題について考察する。 [考えを深めていく過程1]</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 45%;"> <p>グラフ表現： ヒストグラム</p> <p>↓ (データの散らばりに着目)</p> <p>↓ 箱ひげ図</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 45%;"> <p>数値表現： 範囲(レンジ)</p> <p>↓ (はずれ値の影響を考慮)</p> <p>↓ 四分位数</p> <p>↓ (全データの反映を考慮)</p> </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 10px;">   </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 10px;">   </div>	<p>グループ</p> <ul style="list-style-type: none"> 話し合いにおいて各自の素朴なアイデアと表現を生かすようにする。 教材のデータでは2つの試験の平均値と中央値が同じであるため、生徒は順位とともに分布に目を向け、ヒストグラムを作成することになると予想される。それを基に、第2回目の試験では点数がより散らばっていない状況の中で順位を上げているということが読み取れる。そこで、これを詳しく評価するために、点数の散らばり具合を表現することを課題にする。 得点の分布全体を表す指標の必要性を感じさせ、どのような指標がよいか、考えさせる。 	<p>関</p>																														
<p>展開 ② 40分</p>	<p>○ 考察した内容の発表 ・ 2つの試験のデータを考察した内容についてグループごとに発表する。</p> <p>○ 分散と標準偏差の理解 [考えを深めていく過程2]</p> <ul style="list-style-type: none"> 偏差を求める。 <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr><th>番号</th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>...</th></tr> <tr><td>第1回</td><td>-26</td><td>12</td><td>25</td><td>...</td></tr> <tr><td>第2回</td><td>-5</td><td>-2</td><td>2</td><td>...</td></tr> </table> <p>↓</p> <ul style="list-style-type: none"> 偏差の平均値が0になることを考慮する。 <p>↓</p> <ul style="list-style-type: none"> 偏差の2乗を求める。 <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr><th>番号</th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>...</th></tr> <tr><td>第1回</td><td>676</td><td>144</td><td>625</td><td>...</td></tr> <tr><td>第2回</td><td>25</td><td>4</td><td>4</td><td>...</td></tr> </table> <p>↓</p> <ul style="list-style-type: none"> 分散を求める。 分散の単位が元のデータの測定単位の2乗になっていることを考慮する。 標準偏差を求める。 <p>○ 課題についての分析と発表 ・ 課題について分析しグループごとに発表する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 5px;"> <p>説明の根拠として明確に数学的な表現を用いることができるようにする。</p> </div>	番号	1	2	3	...	第1回	-26	12	25	...	第2回	-5	-2	2	...	番号	1	2	3	...	第1回	676	144	625	...	第2回	25	4	4	...	<p>全体 一斉</p> <ul style="list-style-type: none"> 箱ひげ図は、先のヒストグラムと併せて表現したり、対比してそのよさを話題にしたりすることによって、意味や特性を実感しやすくなる。 各偏差の絶対値から平均(絶対)偏差を求めようとすることも予想されるが、ここでは、絶対値の計算は煩雑になり扱いにくいことなどから、偏差の2乗に目を向けさせる。 <p>【分散】 第1回：590 第2回：118.2857...</p> <p>【標準偏差】 第1回：24.28992... 第2回：10.87592...</p> <p>グループ 全体</p> <ul style="list-style-type: none"> データの散らばりを示す尺度やその表現を学習して終わるのではなく、それを生かして改めて整理 分析した結果を基に、説明する機会を設ける。 生徒の実態を踏まえ、話題として偏差値に触れる。 	<p>見</p>
番号	1	2	3	...																													
第1回	-26	12	25	...																													
第2回	-5	-2	2	...																													
番号	1	2	3	...																													
第1回	676	144	625	...																													
第2回	25	4	4	...																													
<p>整理 10分</p>	<p>○ 本時の学習の振り返り ・ 本時の学習内容を整理する。</p>	<p>一斉</p> <ul style="list-style-type: none"> 本時の学習をまとめ、学習の定着度を確認する。 確認シートを配付し、次時に提出させる。 	<p>見</p>																														

■評価規準
▲「努力を要する」
状況と判断した生徒への手立て
□評価方法

関心・意欲・態度

■既習の代表値やグラフ等を用いてデータの傾向を把握し、それらを事象の考察に活用しようとする。
▲2つの試験のデータの直観的な違いから、数学的に表現する手法を考えさせ、得点の分布に着目させる。
□観察

ICTの活用

○データの整理・分析には、コンピュータ等を積極的に利用することが不可欠である。例えば、第1回目の試験データについて電卓を用いて分散や標準偏差を求め、その意味が実感されたと考えられた後には、第2回目の試験のデータについては、コンピュータ等を用いることが考えられる。

数学的な見方や考え方

■分散及び標準偏差の意味について理解し、それらを用いてデータの傾向を把握し、説明することができる。
▲データの散らばりを表す指標の必要性を確認するとともに、分散及び標準偏差の意味を整理し、課題の分析に活用させる。
□観察、発表

確認シートの例

<p style="text-align: center;">年 組 番 名 前</p> <p>1 ()に適切な言葉を入れなさい。【知識・理解】</p> <p>○ 分散や標準偏差はデータの()を表している。</p> <p>○ 分散や標準偏差が小さいほど、データは平均値のまわりに()</p>	<p>2 次の2つのデータの標準偏差を求め、その結果からどのようなことが言えるか記述しなさい。【数学的な見方や考え方】</p>
--	---