

# 数 学

## 1 学習指導と評価の改善・充実

### (1) 目標と指導内容との関連を十分に図った指導計画の作成

数学においては、数学学習に関わる目的意識を持った主体的活動である数学的活動を重視しており、その理由としては、次の点があげられる。

- ・言語活動を含め、主体的活動を通して、確かであり深い理解（「真の理解」）に到達することができる。
- ・振り返って新たな課題を見いだしたり、これまでの内容の関連を考えたりすることは、数学の学習に関する関心や意欲を高め、学び方を学ぶことにつながるができる。
- ・学習した内容を様々な場面で活用することは、数学の実用性を体験的に理解することになり、数学学習に対する意欲を高めることができる。

そのため、指導に当たっては、指導計画を見直し、単元の中心的なところに時間を割いて数学的活動を充実させるなどの工夫が求められる。ここでは、「数学Ⅰ」の「データの分析」において、「課題学習」を2時間続きで設定した単元の指導計画の例を示す。

科目名	数学Ⅰ	単元名	データの分析		
単元の目標	統計の基本的な考えを理解するとともに、それを用いてデータを整理・分析し傾向を把握できるようにする。				
評価の観点	関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	知識・理解	
評価規準	データの散らばり及びデータの相関に関心を持つとともに、統計的な考え方のよさを認識し、それらを事象の考察に活用しようとしている。	事象をデータを用いて考察し、その傾向などを的確に表現することができる。	事象をデータを用いて表現・処理する仕方やデータの傾向を把握する方法などの技能を身に付けることができる。	データの分析における基本的な概念、原理・法則などを理解し、知識を身に付けている。	
配当時間	10時間				
指導と評価の計画					
時間	学習内容	学習のねらい	評価規準	授業形態	評価方法等
1	代表値（平均値、最頻値、中央値）	○平均値、最頻値、中央値を求める。	○統計の用語の意味やその扱いについて理解している。(知)	講義 協同学習	・活動状況の観察。 ・ワークシートの記述状況及び記述内容の点検。
1	代表値（代表値を活用した分析と考察）	○代表値を用いてデータの傾向を把握し、考察に活用しようとする。	○データの傾向について、代表値を用いて考察することができる。(見)	講義 協同学習	・活動状況の観察。 ・確認テスト1
1	散布度（四分位範囲、四分位偏差）	○四分位数、四分位偏差の意味を理解する。	○四分位数及び四分位偏差など意味を理解している。(知) ○四分位数及び四分位偏差などを求めることができる。(技)	講義 協同学習	・活動状況の観察。 ・確認テスト2
1	相関係数（相関係数）	○相関関係と相関係数の意味を理解する。	○散布図をかいたり、相関係数を求めたりすることができる。(技)	講義 協同学習	・活動状況の観察。 ・ワークシートの記述状況及び記述内容の点検。 ・確認テスト3
2	課題学習（統計データの整理、分析） 【2時間続き】 ○次のページの学習指導案を参照	○これまで学んだことを活用してデータを整理し、考察する。	○統計に関心を持ち、課題解決に向けて、データの分析を活用しようとしている。(関) ○データの相関を捉え、的確に表現することができる。(見)	協同学習	・活動状況の観察。 ・ワークシートの記述状況及び記述内容の点検。 ・発表状況の観察。

- 数学的活動の充実に向けて
- 自分ごとに行う活動を工夫する（最終的に解決したい問題を示したり、結果を予想させたりする）。
  - 具体例を工夫する（具体的なイメージを大切にする）。
  - 生徒の誤りや疑問を積極的に取り上げる。
  - 問題を解決する過程を振り返り、発展させる。
  - 言語活動を活性化させる。
- 言語活動の活性化に向けて
- コンピュータ等を積極的に活用する。
  - 小グループ（3～4名）で問題を解決し、発表させる。
  - 解答の説明や質疑応答を行う。
  - 振り返りやまとめを生徒に行わせる（振り返りシートの活用等）。

関：「関心・意欲・態度」 見：「数学的な見方や考え方」 技：「数学的な技能」 知：「知識・理解」

## (2) 学習評価を通じた学習指導の在り方の検証と指導の改善・充実

授業で数学的活動を充実させるためには、生徒の実現状況を適切に把握することが必要である。授業は、授業の目標とその評価規準を明確にして実施し、目標が実現されていないと判断した場合には、即座に指導を改善するなどの対応が求められる。ここでは、授業の途中で評価を行い、生徒の実現状況に応じて授業を展開する「目標の実現状況における確認後の流れ」を記載した学習指導案の例を示す。

数学科学習指導案				
1 単元名 数学I データの分析 ～課題学習(統計データの整理、分析)～ 2 本時の学習 データの分析(本時9、10/10時間) 課題学習(統計データの整理、分析) 3 本時の目標 ・グループで興味ある2種類のデータについてテーマを設定し、データを整理、分析する。(見) ・整理、分析したデータについてグループで考察し、まとめたことを説明する。(見) 4 本時の展開				
過程	学習活動	形態	指導上の留意点	評価の観点
導入 10分	○ 本時のねらい・学習内容の確認 ○ 既習事項等の確認 ・四分位偏差、標準偏差、箱ひげ図、散布図、相関関係などの基本事項を確認する。 ○ ウェブページの利用方法を確認	一斉 一斉 一斉	・散布図、相関関係についてパワーポイントで説明、確認する。 ・他の既習事項は口頭で確認する。	関 四分位偏差、標準偏差を求めたり、箱ひげ図、散布図を作成したりするなどして、データの傾向を把握し、それらをグループで設定したテーマの考察に活用しようとしている。
展開 70分	関 問1 次の用語を答えてください。 (1) 2種類のデータの間に、一方が増加すると他方も増加する傾向があるとき。 (2) 2種類のデータの間に、一方が増加すると他方が減少する傾向があるとき。 (3) (1)、(2)のどちらの傾向も見られないとき。 (4) 2種類のデータを座標平面上の点で表した図。 問2 次の相関係数にあてはまる散布図を選んでください。※相関係数と散布図は略 ○ 協同学習 ・3～4名のグループを作り、問題に取り組む。 ・相互に質問し合ったり、教え合ったりする。 ・適宜解答を確認し、答えが違ったところなどは、なぜそうなるかまで考察する。	グループ	・グループ内の会話が活発になるよう、適宜介入して協同学習を支援する。 ・問1、2がひと通り終わったら、質問を受け付け、適宜補足説明する。	
休憩 10分	設定テーマの例 「労働」、「家計」、「物価」、「科学技術」、「体力測定」、「スポーツ」など 課題1 次のウェブページから、興味ある2種類のデータについてテーマを設定し、データを整理、分析してください。 (1) なるほど統計学園高等部-総務省統計局「統計分析事例」(www.stat.go.jp/koukou/) (2) 科学の道具箱「データライブラリー」(rikanet2jst.go.jp/contents/cp0530/contents/08.html) 課題2 課題1で整理、分析した内容をまとめよう。			関 [目標の実現状況確認後の流れ] おおむね満足   努力を要する ・発表に向けグループで準備を進める。 ・グループの代表者と他のメンバーで役割を分担する。 ・選択テーマの妥当性を確認する。 ・既習事項の活用が適切か確認する。 ・グループ活動を延長し発表するグループを限定する。
15分	・ウェブページの資料について、グループで協議し、テーマを設定する。 ・データを選択しダウンロードする。 ・既習事項を用いてデータを整理、分析する。 ・整理、分析したデータについて、グループで考察し、まとめたことをワークシートに記入する。			
整理 5分	○ 本時の学習を振り返る。 ・振り返りカードを記入し、提出する。	個人	・本時の学習を振り返り、学習の定着度を確認し、家庭学習の内容を指示する。	関 学習評価を通じた学習指導の在り方 ○ 評価の流れ 評価規準の作成 → 指導と評価 → 総括的評価 → 評定 ○ 留意すべきこと ・授業中に行った観察などによる評価は指導の改善のために活用する。 ・目標の実現状況によって、その後の進め方を変更する。 ・評価を行ったとき、目標の実現状況が良好でなければ回復指導を行う。

## 2 「確かな学力」を育成する取組の改善・充実

～「北海道高等学校学力向上推進事業」平成25年度学力テスト（Bモデル数学及びCモデル数学）の分析と指導上の改善点～

「確かな学力」を育成する取組として、対象や目的を明確にしたモデルを設定し、授業や家庭学習等で活用できる実用的な教材を開発するとともに、生徒の学習内容の定着状況を把握するために、推進校・協力校等の1年生に対し、学力テストを実施した。

### (1) 平成25年度学力テストの概要

モデル名	コアアビリティモデル（Cモデル）	ベーシックモデル（Bモデル）
ねらい	社会的・職業的自立に必要とされる能力のうち、教科に関わる最低限必要な学力の定着状況を把握する。	選抜性のある大学への進学を希望する生徒を対象に、当該大学への進学に必要なとされる学力の定着状況を把握する。
科目分野	『数学Ⅰ』 「数と式」・「二次関数」・「図形と計量」・「データの分析」 (任意に選択)	『数学Ⅰ』及び『数学A』 「数と式」・「二次関数」・「図形と計量」・「場合の数と確率」 (すべて選択)
解答様式	マーク選択式	記述式

### (2) 平成25年度学力テストの結果（平成26年3月実施）

ア 参加校数（人数）

(ア) Cモデルテスト 46校（約3,900人）

(イ) Bモデルテスト 28校（約2,800人）

イ 学力テストの分析結果

(ア) Cモデルテストにおいては、「数学的な見方や考え方」について、評価の観点別正答率の平均が低く、十分身に付いていない傾向が見られた。

(イ) Bモデルテストにおいては、「数学的な技能」及び「数学的な見方や考え方」について、共に評価の観点別正答率の平均が低く、無回答の割合も多かった。

### (3) 平成25年度学力テストに見られた誤答例

学力テストに見られた誤答例を、今回開発した各モデルの教材の例題や演習問題の類題を用いて、次に示す。

ア Cモデルテスト（Cモデル教材「図形と計量」演習）

$90^\circ < \theta < 180^\circ$  において、 $\sin \theta = \frac{4}{5}$  のとき、 $\cos \theta$  の値を求めよ。

<誤答例>  $\cos \theta = \frac{3}{5}$ 、 $\cos \theta = -\frac{4}{5}$

- ・鈍角における余弦の値を、プラスの値としている。
- ・単に、正弦の値にマイナスの符号を付けている。

イ Bモデルテスト (Bモデル教材「二次関数」例題)

$f(x) = x^2 - 2ax + a + 2$  とする。放物線  $y = f(x)$  について、次の問いに答えよ。

(1) 放物線が  $x$  軸と異なる 2 点 A、B で交わるような  $a$  の値の範囲を求めよ。

(2) 放物線が  $x$  軸の負の部分と異なる 2 点で交わるような  $a$  の値の範囲を求めよ。

(3) (1) の A、B に対して、 $AB = 4$  となる  $a$  の値を求めよ。

(4)  $0 \leq x \leq 3$  において常に  $f(x) > 0$  となるような  $a$  の値を求めよ。

<(1)の誤答例>  $D = 4a^2 - 8$ 、 $f(x) = (x - a)^2 \pm a^2 + a + 2$

- ・判別式の計算に当たり、文字を含んだ定数項について、数字のみを係数として処理している。
- ・平方完成の計算に当たり、符号を間違えて処理している。

各モデルの教材は、道教委のウェブページに掲載している。  
<http://www.gakuryoku.hokkaido-c.ed.jp>

(4) 学力テストの結果を活用した授業改善

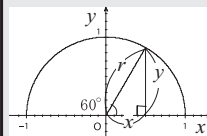
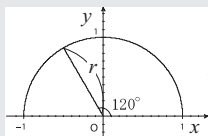
学力テストの結果から、評価の観点別に見ると、「数学的な見方や考え方」に課題があることが明らかになり、誤答例からは、「知識・理解」や「数学的な技能」におけるつまづきの具体例を見いだすことができた。こうした課題を解決するため、授業においては、ペアワークやグループ活動などにより言語活動を活性化させ、上記 1 (1) にあげた数学的活動の充実を図ることが大切である。

ア ペアワークにより理解を深める授業

生徒同士が 1 対 1 で教え合うペアワークは、話し手も聞き手も内容を理解していないと成立しない。話し手が、相手に分かりやすく教えるためには、表面的な理解ではなく、十分な理解が必要である。また、聞き手は、話し手に何度も質問することで、自分がどこまで理解できており、どこが理解不十分なのかを確認することができる。ここでは、「数学 I」の「図形と計量」において、ペアワークによって課題を解決することで、学習内容に対する理解を深め、考察する態度を育む授業の例を紹介する。

数学科学習指導案				
1	単 元 名	数学 I 図形と計量 ～鈍角の三角比～		
2	本時の学習	$90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ の三角比 (本時 1 / 6 時間)		
3	本時の目標	<ul style="list-style-type: none"> <li>・鋭角の三角比を鈍角まで拡張する考えに関心を持つようとしている。 (関)</li> <li>・鈍角まで拡張した三角比について考察することができる。 (見)</li> </ul>		
4	本時の展開			

過程	学 習 活 動	形態	指導上の留意点	評価の観点
導入 5分	<p>課題 1 <math>60^\circ</math> の三角比をもとに、<math>120^\circ</math> の三角比を考えてみよう。ただし、<math>60^\circ</math> の三角比の定義を次のように変更したものを参考にする。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">   </div> <p style="text-align: center;"><math>\sin 60^\circ = \frac{y}{r}</math>, <math>\cos 60^\circ = \frac{x}{r}</math>, <math>\tan 60^\circ = \frac{y}{x}</math></p>	個人	<ul style="list-style-type: none"> <li>・鋭角の三角比を復習し、鈍角に発展させるにはどうしたらよいか、関心を持って取り組ませる。</li> </ul> <p>既習事項を活用することで、三角比の拡張ができることに関心を持ち、自らすすんで疑問を持ち学習に取り組むように促す。</p>	関

■評価規準

▲「努力を要する」状況と判断した生徒への手立て

□評価方法

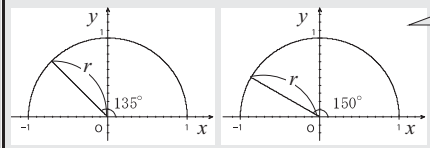
関心・意欲・態度

■鋭角の三角比を鈍角まで拡張する考えに関心を持ち、それらを図形の性質の考察に活用しようとしている。

▲鋭角の三角比の定義を再確認し、今回の定義との比較をさせることで、違いを明確に意識させる。

□観察、発言



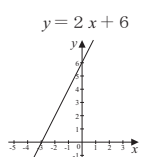
展開 35分	<p>○ <u>新たな定義を理解する。</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>先ほどの定義を理解し、どうしたら鋭角の三角比と整合性が取れるか考える。自分なりの解答を考えさせる。</li> </ul> <p>○ <u>理解に基づき考察する。</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>2人のペアで、自分と他者の考えを交流し、課題に取り組む。</li> <li>指名されたいくつかのペアは、自分たちの考えを板書する。さらに、解法を黒板前で説明する。</li> <li>解決の過程を振り返ったり、学んだことを深めたりする。</li> </ul> <p>(答) <math>\sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}</math>, <math>\cos 120^\circ = -\frac{1}{2}</math>, <math>\tan 120^\circ = -\sqrt{3}</math></p>	個人	<ul style="list-style-type: none"> <li>定義を理解できていないペアには補足説明をして理解を促す。</li> </ul>	
	<p>課題2 先ほどの120°の三角比を参考に、次の鈍角の三角比を考えてみよう。</p> <p>135°, 150°</p>  <p>○ <u>自力解決に取り組む。</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>各自解答案を完成させる。</li> <li>先ほどのペアで、互いの解答を比較するとともに、疑問点がないか確認する。</li> </ul> <p>(答) <math>\sin 135^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}</math>, <math>\cos 135^\circ = -\frac{1}{\sqrt{2}}</math>, <math>\tan 135^\circ = -1</math></p> <p><math>\sin 150^\circ = \frac{1}{2}</math>, <math>\cos 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}</math>, <math>\tan 150^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}}</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>確認の終わった生徒には、0°, 90°, 180°について考察するよう促す。</li> </ul>	ペア	<ul style="list-style-type: none"> <li>他人に分かりやすく説明する視点を持って板書するよう促す。</li> <li>他人の板書から、自分との違いを見つけ、整理する。</li> </ul>	<p>ペアワークにより、自らの思考の過程を振り返り、的確に他者に表現しようとする中で、課題解決が進む。また、同時に全員に発表する機会を与えることができるため、主体的に授業に臨むことができる。</p>
		個人	<ul style="list-style-type: none"> <li>自分の考えを分かりやすく説明したり、互いに自分の考えを表現し伝えることができるようにするとともに、他者の意見を聞き入れ、理解を深めることができるようにする。</li> </ul>	<p>理解したことを参考にして、多面的・発展的に思考することで、数学的な見方や考え方の重要性を意識させる。</p>
		個人	<ul style="list-style-type: none"> <li>生徒の進捗を的確に把握し、より興味を持って取り組む生徒にはさらに考察を進めるように促す。(180°以上の角度の考察など。)</li> </ul>	<p>ペアワークを行う際には、必ず「自分なりの解答を考える」時間を確保することが大切である。ただ単に、誰かに教えてもらうだけでは効果は薄く、たとえ結論が出なくても、自ら考える過程を設定することが大切である。</p>

**数学的な見方や考え方**

- 鈍角まで拡張した三角比について考察することができる。
- ▲ 新たな定義を認識し、他の角度でも同様の考え方を活用できることを意識させる。
- 観察、ワークシート

### イ グループ活動により数学的な見方や考え方を育む授業

3～4名のグループで議論したり、全体でグループの意見を発表したりするグループ活動は、生徒が自ら考えを見いだす上で効果的である。また、グループでお互いに説明し合うことで、生徒が数学的な表現や根拠について不十分な点を明らかにすることができ、考え方を定着させることができる。ここでは、「数学Ⅰ」の「二次関数」において、グループ活動によって見通しを持って考察することで、数学的な見方や考え方を育む授業の例を紹介する。

数学科学習指導案				
1	単元名	数学Ⅰ 二次関数 ～二次関数と方程式・不等式～		
2	本時の学習	二次不等式とその解 (本時1/8時間)		
3	本時の目標	<ul style="list-style-type: none"> <li>二次関数のグラフとx軸の位置関係を基に、二次不等式の解について考察しようとしている。(関)</li> <li>二次関数のグラフとx軸の位置関係を二次不等式の解に対応させて考察することができる。(見)</li> </ul>		
4	本時の展開			
過程	学習活動	形態	指導上の留意点	評価の観点
導入 5分	<p>○ <u>既習事項の確認をする。</u></p> <p>確認1 (グラフを用いた一次不等式の確認)</p> <p>右のグラフにおいて、次のxが、<math>2x + 6 &gt; 0</math>を満たすか。</p> <p><math>y = 2x + 6</math></p>  <ul style="list-style-type: none"> <li><math>x = 1</math></li> <li><math>x = 0</math></li> <li><math>x = -4</math></li> <li><math>x = -3</math></li> </ul>	一斉	<ul style="list-style-type: none"> <li>数式とグラフの対応を確認する。</li> <li>範囲の境界部分(白丸と黒丸)のイメージを確認する。</li> </ul>	

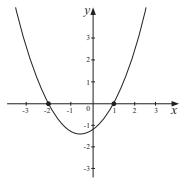
### グループ活動を取り入れた授業のメリット

- ◆ それぞれの考えを共有し、考え方を広げることができる。
- ◆ 様々な考えを比較し意見を述べ合うことで、理解を深めることができる。
- ◆ どのように表現すればよいのかを考え、また、他者の説明や表現を聞き、よりよい表現方法を身に付け、数学のよさに気付くことができる。

展開  
40分

**課題1** 右のグラフにおいて、次の $x$ のとき、 $ax^2+bx+c$ の値は、「正」、「負」、「0」のいずれか。

$$y = ax^2 + bx + c$$



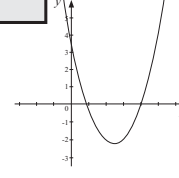
- $x = -3$  のとき
- $x = -2$  のとき
- $x = -1$  のとき
- $x = 0$  のとき
- $x = 1$  のとき
- $x = 4$  のとき

**課題2** 課題1のグラフにおいて、 $ax^2+bx+c > 0$ を満たす $x$ の値の範囲を求めよ。

○ 解をどのように表せるのかを考える。

**課題3** 右のグラフにおいて、 $x^2-5x+4 > 0$ を満たす $x$ の値の範囲を求めよ。

$$y = x^2 - 5x + 4$$



○ 解決の見通しをもつ。

- 解を求めるために何が  
必要なのかを考察する。

○ 見通しに基づき考察する。

- 3～4人のグループの中で、自分と他者の  
考えを交流し、課題の解決について話し合  
う。
- 解決の過程を振り返り、学んだことに対  
する理解を深めたりする。

○ 理解したことをまとめる。

- 理解したことを、**ワークシートに整理!**する。

○ 発表する。

- ワークシートにまとめたことを発表する。

個別

- グラフを見ながら、数式の  
表す意味を個別に考える。

数学における基本的な概念  
などについて、具体例を工  
夫するなどして概念の意味  
や、その理解を深める学習  
活動を充実する。

個別

- 課題1での考察を基に、二  
次不等式の解の表し方を考  
察する。

ペア

- 個別に考えた結果を、ペア  
になり考えを交流する。

根拠を明らかにしながら、  
自分の考えを説明する。

グループワークにより、根  
拠を明らかにしながら説明  
することで、自分の考えを  
整理し、また、他者と比較  
することでよりよい表現方  
法を深め、言語活動の充実  
を図ることができる。

グル  
ープ

- 自分の考えを表現し、分か  
りやすく説明し伝えること  
ができるようにする。また、  
他者の意見を聞き入れ、理  
解を深める。
- 根拠を明らかにし、数学的  
な用語を用いて説明する。

個別

全体

- 学習したことを共有し、ま  
た、他者の表現を聞き、理  
解を深める。

関

■ 評価規準

- ▲ 「努力を要する」  
状況と判断した生  
徒への手立て
- 評価方法

関心・意欲・態度

- 数式の値を、二次関数  
のグラフを活用し、根  
拠に基づいて考察しよ  
うとしている。

- ▲ 一次関数のグラフにお  
ける考察を基に、二次  
関数のグラフにおい  
て、与えられた $x$ に対  
する $y$ の値の正負を考え  
られるようにする。

□ 観察、発言

数学的な見方や考え方

- 二次関数と $x$ 軸との交  
点に着目し、二次不等  
式の解を考察すること  
ができる。

- ▲  $x$ 軸との交点明らか  
になっていないグラフ  
を提示し、「何が必要  
なのか」、「解を求め  
るにはどうすればよい  
のか」に着目させる。

□ 観察、発言

見

グループ活動を通して、数学的に表現したり、それを解釈したりすることのよさを実感できるよう、数や図形の性質などについて伝え合うことで、お互いの考えをよりよいものに改めたり、一人では気付くことのできなかったことを見いだしたりする学習活動を充実する。

ワークシートの例

< 二次不等式の解き方を整理しよう! >

年 組 名 前

- ★1 解くために必要な値はどこか  
(二次関数のグラフのどの部分?)

- ★2 その求め方

- ★3 答えを求める流れ  
(文章を用いて説明を完成させること。式、図、グラフなどを使ってもよい)

< 二次方程式と二次不等式の違いをまとめよう! >

年 組 名 前

(1) 二次方程式

$$x^2 - 3x - 10 = 0$$

(2) 二次不等式

$$x^2 - 3x - 10 > 0$$

- ★ 二次方程式と二次不等式の解き方の類似点と相違点をまとめてみよう。

○ 類似点 (似ているところ)

● 相違点 (異なるところ)

言葉や数、式、図、表、グラフなどの数学的な表現を用いて、論理的に考察し、表現したり、その過程を振り返って考えを深めたりすることができるよう学習活動を工夫する。