

数 学

1 学習指導と評価の改善・充実

～平成17年度高等学校教育課程実施状況調査の分析結果と指導上の改善点～

(1) 調査の概要

調査は、「数学」について、A、Bの2種類の問題冊子により、全国の国・公・私立高等学校(全日制課程)(中等教育学校の後期課程を含む。)の第3学年約29,000人を対象に実施した。

(2) ペーパーテスト調査結果の概要

ア 主な特色

- (ア) 通過率が設定通過率を上回る又は同程度と考えられる問題数は、36問中11問で、全体の問題数の約3分の1であった。
- (イ) 前回調査(平成14年度調査)との同一問題11問の通過率を比較すると、全問とも前回調査とは有意な差はなかった。
- (ウ) 今回の調査で出題された10問の記述式問題のうち、通過率が設定通過率を上回ると考えられるものは、一つの文字に着目する因数分解の問題の1問であった。

イ 内容・領域別分析

内容・領域別に通過率と設定通過率を比較すると、通過率が設定通過率を上回る・同程度・下回ると考えられる問題は、次のとおりであった。

内 容	問題数	上回ると考えられるもの	同程度と考えられるもの	下回ると考えられるもの
方程式と不等式	16	3 (18.8%)	5 (31.3%)	8 (50.0%)
二 次 関 数	9	0 (0.0%)	3 (33.3%)	6 (66.7%)
図 形 と 計 量	11	0 (0.0%)	0 (0.0%)	11(100.0%)
合 計	36	3 (8.3%)	8 (22.2%)	25(69.4%)

ウ 評価の観点別分析

評価の観点別に通過率と設定通過率を比較すると、通過率が設定通過率を下回ると考えられる問題の合計が半数以上を占めていた。

評価の観点	問題数	上回ると考えられるもの	同程度と考えられるもの	下回ると考えられるもの
関 心 ・ 意 欲 ・ 態 度	11	0 (0.0%)	1 (9.1%)	10(90.9%)
数学的な見方や考え方	12	2 (16.7%)	3 (25.0%)	7 (58.3%)
表 現 ・ 処 理	12	1 (8.3%)	1 (8.3%)	10(83.3%)
知 識 ・ 理 解	12	0 (0.0%)	4 (33.3%)	8 (66.7%)

エ 前回調査で課題とされた内容の状況

(ア) 関数の式とグラフとの関係の理解

$y = ax^2$ のグラフを x 軸方向へ平行移動したグラフと式の関係の理解や、二次関数のグラフを基に二次不等式の解を求めることに課題がみられた。

(イ) 用語・記号の意味の理解

三角比の記号を理解し活用することに課題がみられた。

(ウ) 数学的に表現すること

文章題で一次不等式や二次方程式を立式することや、図形の証明に課題がみられた。

(3) 質問紙調査結果の概要

ア 生徒質問紙調査

「数学の勉強が好きだ」と回答した割合は、前回調査とほぼ同じく40%近くであったが、「数学の勉強は大切だ」と回答した割合や数学の有用性に肯定的な回答をした割合は、ともに前回調査より約5ポイント増加している。しかし、「数学で新しい内容や考えなどを勉強したら、自分の身のまわりの場面などで使ってみる」という回答は、前回調査とほぼ同じく約10%である。

イ 教師質問紙調査

作業的・体験的な活動を取り入れた授業の実施は、前回調査より約15ポイント増加している。これは、現行の学習指導要領で「数学的活動」を重視したことなどにより、作業的・体験的な活動の重要性が認識されたためと考えられるが、今後、一層の充実が望まれる。

実生活における様々な事象との関連を図った授業は、前回調査と同様あまり行われていない。ペーパーテスト調査の結果においても、実生活における様々な事象に対する問題を主体的に解決することに課題があり、このような授業を積極的に行う必要がある。

ウ 生徒質問紙調査と教師質問紙調査との比較

「不等式の性質と一次不等式」、「二次方程式」で「よく分かった」と回答した生徒の割合より「生徒にとって理解しやすい」と回答した教師の割合が、約20ポイント高いなど、生徒と教師の回答に大きな開きがある内容もあった。特に前述の内容は、従前の学習指導要領では中学校の学習内容であったが、今回の改訂で高等学校の学習内容として移行されたものであることから、指導の際には、生徒の理解度をよく確認しながら進めるなど、一層丁寧な取扱いが必要である。

(4) 調査結果を踏まえた指導上の改善点

ア 中学校から移行された内容の学習指導の充実

イ 基礎・基本の確実な定着

ウ 生徒の主体的活動に基づく学習指導の工夫

エ 数学的な表現力や数学的な思考力の育成

オ 社会生活における様々な事象との関連を図るなどの工夫によって、数学の有用性を実感させること

2 「確かな学力」を育成する取組の改善・充実

～平成17年度高等学校教育課程実施状況調査の分析結果を踏まえた指導の改善～

数学に対する関心や意欲を高め、学習内容について深い理解を得るためには、生徒の主体的活動に基づく授業への転換を図ることや、問題場面や事象の本質を数学的に表現する能力、自分自身の問題解決の過程や推論の過程を論理的かつ的確に表現する能力を育成することが重要である。

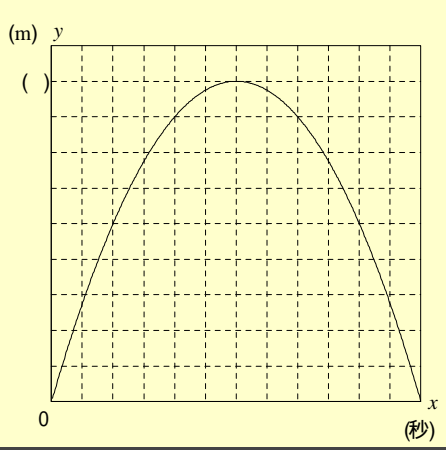
また、学力向上フロンティアハイスクール等における「平成18年度学力等実態調査」の結果を踏まえた指導方法等の改善のポイントにおいても、数学を学ぶよさや楽しさ、数学を学習する意義を認識するよう指導の工夫を図る必要があること、自らの思考過程を振り返ったり、発展的に考えたり、一般化して問題の本質を探ろうとしたりするなど数学的考察・処理の質を高めるよう、数学的活動の充実を図る必要があることが挙げられている。

このようなことから、今回の高等学校教育課程実施状況調査の結果を踏まえた指導上の改善点のうち、「生徒の主体的活動に基づく学習指導の工夫」と「数学的な表現力や思考力の育成」の2点について学習指導の具体的な事例を紹介する。

(1) 学習指導の具体的な事例（生徒の主体的活動に基づく学習指導の工夫）

ここでは、教師による説明中心の授業にとどまらず、生徒が自分の解決過程や推論の過程を筋道立てて発表する場や、他者の考えを解釈する場、さらに、多様な考えの比較検討を通じて数学的な見方や考え方のよさを実感させる場を設けるなど、コミュニケーションを生かしたグループ別指導の取組を示す。

ア グループ別指導の具体例

科目名	数 学	単元名	二次関数
内 容	二次関数を具体的な事象の考察に活用する。		
<p>ワークシート</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px;"> <p>【テキスト】</p> <p>明子さんは、模型のロケットの、打ち上げからの時間と高さの関係を調べました。その結果、地上から初速度60m/秒で真上に打ち上げたとき、打ち上げてから x 秒後のロケットの高さ y mは、$y = -5x^2 + 60x$ で表されることがわかりました。</p> <p>明子さんは、この x と y の関係を把握しやすくするために、右のグラフをつくりました。次の課題に答えなさい。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-between; align-items: center;"> <div style="width: 45%;"> <p>「課題」は、次ページの「本時の展開」を参照</p> </div> <div style="width: 45%;">  </div> </div> </div>			

本 時 の 展 開			
学 習 活 動	形 態	指 導 上 の 留 意 点	評 価 の 観 点
<p>課題に先立ち、テキストの内容が、実生活における事象との関連を図ったものであることを説明する。</p> <p>【課題1】 グラフの()は、ロケットが最も高く上昇した高さを示しています。()は何mを示していますか。 答 180m</p> <p>机を移動して、グループをつくり、進行役を決めさせる。 グループ内で、グラフのどこが最も高く上昇したときを示しているのかを説明させる。 何を求めれば答になるのか意見交換させる。 ()を求めさせる。</p> <p>【課題2】 打ち上げてから地上に落下するまでの時間は何秒ですか。 答 12秒</p> <p>個々に取り組ませる。 必要に応じてグループ内で協力し合って解決を図る。</p> <p>【課題3】 ロケットの高さが160m以上175m以下のときの x の値の範囲を求めるためには、次の ~ の不等式のうち、どれを使えばよいですか。該当するものをすべて選びなさい。 また、そのときの x の値の範囲を求めなさい。 $-5x^2 + 60x \geq 0$ $-5x^2 + 60x \leq 160$ $-5x^2 + 60x \leq 175$ $-5x^2 + 60x \geq 0$ $-5x^2 + 60x \geq 160$ $-5x^2 + 60x \leq 175$ 答 , 4 x 5, 7 x 8</p> <p>グループ内で協力し合ったり、相談したりしながら解決を図る。 グループを指名し、考え方を発表させる。</p>	<p>一斉</p> <p>グループ</p> <p>個別</p> <p>個別</p> <p>グループ</p> <p>一斉</p>	<p>身近な問題の解決に二次関数を活用することができることを認識させる。</p> <p>ロケットが最も高くなる点を見つけられるか。</p> <p>二次関数の頂点の座標を正しく求められるか。</p> <p>地上に落下する点を見つけられるか。</p> <p>グラフから二次方程式を導くことができるか。</p> <p>グラフを利用して課題の条件を不等式で表すことができるか。</p> <p>連立不等式の解の範囲を数直線等を用いて正しく求めることができるか。</p> <p>他者の考えを解釈し、多様な考え方から数学的な見方や考え方のよさを実感させる。</p>	<p>数学的な見方や考え方</p> <p>表現・処理</p> <p>数学的な見方や考え方</p> <p>数学的な見方や考え方</p> <p>表現・処理</p>

イ グループ別指導を行う際の留意点

- (ア) できるだけ生徒が身近に感じられる教材を用意し、意欲的に取り組めるよう配慮する。
- (イ) 数学が苦手な生徒も、グループ内の生徒の援助によって、考察の手順や基本的な処理ができるように配慮する。
- (ウ) 生徒同士が話し合う中で、予想外のアイデアが出てくることもあるが、そうした発想や取組を大切にし、全体の中で取り上げるなどして評価する。
- (エ) グループ内で協力し合ったり、他のグループと相談したりするほか、一人で考察する時間も確保するよう配慮する。
- (オ) 場合によってはコンピュータ等を活用してグラフの変化などを視覚的にとらえ、様々な意見を出し合いながら進める。

(2) 学習指導の具体的な事例（数学的な表現力や思考力の育成）

数学的な表現力や思考力を育成するためにワークシートを活用するとともに、生徒同士のコミュニケーションを通して、一般化の考え方を表現したり、解釈したりする取組を示す。

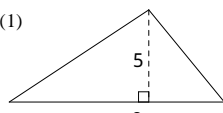
コミュニケーションを生かした授業や、数学的に表現する能力、論理的かつ的確に表現する能力を育成する授業を通して、生徒の主体的な活動に基づく学習指導の工夫や数学的な表現力や数学的な思考力の育成を図っていくことが大切である。

ア ワークシートの具体例

三角形の面積 組 番 氏名

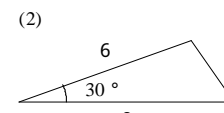
1 次の三角形の面積を求めなさい。

(1)



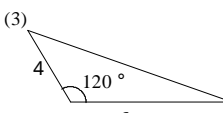
$8 \times 5 \times \frac{1}{2} = 20$

(2)



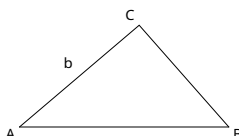
高さは $6 \sin 30^\circ$
 $8 \times (6 \sin 30^\circ) \times \frac{1}{2} = 12$

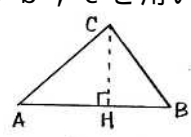
(3)



$6 \times (4 \sin 120^\circ) \times \frac{1}{2} = 6\sqrt{3}$

2 次の三角形の面積を A, b, c を用いて表しなさい。

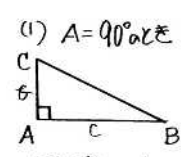




Cから辺ABに垂線をCHとすると
 $CH = b \sin A$
 面積は $\frac{1}{2} c (b \sin A) = \frac{1}{2} bc \sin A$

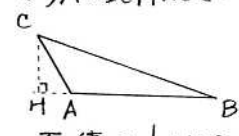
3 2において、角Aが次の(1)、(2)の各場合について調べ、2辺とその間の角が与えられたときの ABC の面積についてまとめなさい。

(1) $A = 90^\circ$ のとき



面積は $\frac{1}{2} bc$

(2) A は鈍角のとき



Cから辺ABの延長に垂線をCHとすると $CH = b \sin A$
 面積は $\frac{1}{2} c (b \sin A) = \frac{1}{2} bc \sin A$

<まとめ>
 $A = 90^\circ$ のときの面積も $\frac{1}{2} c (b \sin 90^\circ)$ と考えれば、
 A がどんな角でも、 $\triangle ABC$ の面積は $\frac{1}{2} bc \sin A$

評価項目	自己評価		
具体的な事柄を参考にして、一般の場合について考えようとする。【関心・意欲・態度】	(A)	B	C
三角形の面積の公式を導く過程を考察できる。【数学的な見方や考え方】	A	(B)	C
他者に説明して理解を得たり他者の説に納得したりする。【表現・処理】	(A)	B	C
三角比を理解し、それを利用して三角形の面積を求めることができる。【知識・理解】【表現・処理】	(A)	B	C
学習を終えて	文字になると少しまとまった。90°の時も公式に含まれることと皆に説明できた。		

ワークシートを活用するねらい
 発見のための作業
 公式を導く作業
 まとめる作業

指導上の留意事項

三角比を活用して高さを求めることができることに生徒自身が気付くよう、配慮する。
 【思考】

1の(2)などを参考に、生徒自身が三角形の面積の公式を導けるよう配慮する。【思考】

何人かに発表させ、仲間に説明して理解を得たり、逆に仲間の説明を受け手に納得したりする。【表現】【解釈】

表現や解釈の過程を経てまとめさせる。

本時のねらいに沿って自己評価させることにより、体験的な探究活動の過程を通して身に付ける力を評価する。

Topic 数学における読解力とは・・・

1 数学で求められる読解力

PISA調査においては、読解力を「自らの目標を達成し、自らの知識と可能性を発達させ、効果的に社会に参加するために、書かれたテキストを理解し、利用し、熟考する能力」と定義している。このことから見ると、数学で求められる読解力は、次の3つの力にまとめられると考えられる。

- (1) 文章を理解する力
- (2) 理解したものを式や文字などの数式、記号、図、グラフに表現する力
- (3) それらを適切に相手に伝える力

2 読解力の向上を図る具体的な教材の例

n を自然数とします。

「連続する2つの自然数の積 $n(n+1)$ は偶数である」・・・ から、次の を導き出すことができます。

「 $\frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n$ は自然数である」・・・

- (1) をどのように考えることによって、 が導き出されるか説明しなさい。
- (2) $n(n+1)$ を参考に、連続する3つの自然数の積を n を用いて表しなさい。
- (3) (2) で導いた式は、どのような数の倍数になっているか説明しなさい。

【解答例】

- (1) $n(n+1)$ は偶数であるから、 $n(n+1)$ を2で割ったものは自然数である。したがって、 が成立する。
- (2) 連続する3つの自然数は $n, n+1, n+2$ で表されるから、 $n(n+1)(n+2)$
- (3) 連続する3つの自然数 $n, n+1, n+2$ の中には、必ず偶数と3の倍数が含まれるから、これらの積 $n(n+1)(n+2)$ は、2の倍数かつ3の倍数である。したがって、 $n(n+1)(n+2)$ は6の倍数である。

3 今後求められる指導のポイント

作業的・体験的な活動など、生徒の主体的な学習活動を通じて、数学的な見方や考え方を育成し、論理的に考え分かったことを数学的に表現させたり、発表して適切に相手に伝えたりするなどの学習活動を充実させることが大切である。