

数 学

1 学習指導と評価の改善・充実

～平成16年度北海道公立学校学習状況調査分析結果と指導上の改善点～

(1) 調査の概要

ア 調査対象科目、学年等

高等学校「数学」について、道内の高等学校の第3学年約2,400人を対象に実施した。併せて、生徒及び教師に対する質問紙調査を実施した。

問題は国立教育政策研究所が実施した「平成14年度高等学校における教育課程実施状況調査」の中から選択し、作成した。

イ 「数学」における領域別の問題数

	内容のまとめり	問題数		内容のまとめり	問題数
二次関数	二次関数の値の変化	3	確 率	確率とその基本的な法則	2
	二次関数とグラフ	1		独立な試行と確率	3
個数の処理	場合の数	2	図形と計量	三角比	2
	数え上げの原則	2		三角比と面積	1

(2) 内容・領域別の状況

ア 概要

本道の通過率()は、すべての内容・領域において、全国の通過率を「上回る」又は「同程度」である。

通過率は、個々の問題ごとの正答、準正答数の合計を解答者数で割った数値(%)で、いわゆる正答率である。

イ 各領域ごとの調査結果の特色と指導上の工夫・改善点

二次関数

結果の特色

- ・問題文やグラフから関数の値の変化をよみ取る力が十分ではない。



工夫・改善のポイント

用語の意味を確実に理解させるとともに、関数の値の変化について指導すること。

- ・コンピュータを活用するなどして、 x の値の変化に伴い y の値がどのように変化するのが理解できるよう指導を工夫すること。

個数の処理

結果の特色

- ・問題文を十分に理解したり、法則を正しく適用し、もれや重複なく数えたりする力が十分ではない。



工夫・改善のポイント

ものの個数を工夫して数え上げる力を身に付けさせること。

- ・生徒の興味に応じた身近な問題について、条件に応じて数え上げの方法が考えられるよう、操作的・実験的な学習活動を取り入れること。

確 率

結果の特色

- ・余事象の考えを用いて適切に確率を求める力が十分ではない。



工夫・改善のポイント

用語の意味を確実に理解させるとともに、具体例を取り上げるなどして確率の正しい理解について指導すること。

- ・基本的な用語に関する意味を確実に理解させること。
- ・実験やゲームなど、生徒が興味や関心を持ちやすい現実感の伴った具体例を取り上げ、確率について正しく理解させる指導を工夫すること。

図形と計量

結果の特色

- ・日常的な場面で三角比を活用する力が十分ではない。



工夫・改善のポイント

正弦定理や余弦定理が活用できる日常の様々な場面を設定するなど、体験的な学習指導の工夫をすること。

- ・身近な場面を、三角比の考えや正弦定理、余弦定理などを活用して考察し、三角比が日常生活での長さや角度の計量に幅広く活用できることを理解させること。
- ・三角比の考えや正弦定理、余弦定理などを活用し、直接測ることのできない樹木や校舎の高さ、近くの建物間の距離を求めるなどの体験的な学習を行い、数学の有用性を実感させること。

(3) 質問紙調査の結果の概要

ア 生徒質問紙調査

生徒質問紙調査では、数学の勉強が好きだと「思う」、「どちらかといえばそう思う」と回答した生徒の得点は高く、将来、数学の勉強を生かした仕事をしたいと「思う」、「どちらかといえばそう思う」と回答した生徒の得点も高いことから、学習の目的や内容を明らかにし、学習意欲を高めるための工夫が求められる。また、2つの質問とも、「そう思う」、「どちらかといえばそう思う」という回答の割合は全国状況を上回った。

数学の勉強が好きだ。

(単位%)

区 分	そう思う	どちらかとい えはそう思う
北海道	17.1	26.0
全 国	14.2	23.1
得 点 ()は全国	553.8 (567.0)	534.6 (539.0)

将来、数学の勉強を生かした仕事をしたい。

(単位%)

区 分	そう思う	どちらかとい えはそう思う
北海道	7.4	9.9
全 国	5.0	7.4
得 点 ()は全国	565.1 (574.4)	552.2 (562.2)

得点は、各生徒の通過率を基に、いわゆる偏差値(S S)を求め、その値を10倍した数値であり、平均点は500点となっている。

イ 教師質問紙調査

教師質問紙調査の結果からは、作業的・体験的な活動を取り入れた授業があまり行われておらず、実生活における様々な事象との関連を図った指導も、十分とはいえないことが分かった。また、いずれも、「行っている」という回答の割合は全国の状況を下回っている。

作業的・体験的な活動を取り入れた
授業を行っていますか。

(単位%)

区 分	行っている方だ	どちらかとい えは行っている方だ
北海道	0.0	17.9
全 国	3.9	16.5
得 点 ()は全国	- (453.2)	460.5 (488.1)

実生活における様々な事象との関連を
図った授業を行っていますか。

(単位%)

区 分	行っている方だ	どちらかとい えは行っている方だ
北海道	1.2	19.0
全 国	3.1	26.6
得 点 ()は全国	618.0 (466.4)	478.0 (499.3)

2 「確かな学力」を育成する取組の改善・充実

～平成16年度北海道公立学校学習状況調査分析結果で明らかになった課題の解決に向けた具体的な取組～

前項で示した指導上の改善点のうち、ここでは授業における留意点を以下にまとめ、「二次関数」、「図形と計量」、「個数の処理」における学習指導の具体的な事例を紹介する。

(1) 授業における留意点

ア 用語・記号の指導を工夫すること

学習が進むにしたがって用語の意味が変化する場合もあることから、用語については必要な場面で指導するとともに、記号についても使用するよさが分かるよう工夫する必要がある。また、 $\sin(x+y) = \sin x + \sin y$ のように、生徒が勝手にルールを適用する場合があることにも注意する必要がある。

イ 実生活や現実の場面との関連を重視すること

実生活と関連付けた指導や作業的・体験的な活動を取り入れた指導の充実を図り、数学の有用性を実感させることが必要である。

ウ 生徒が自分の言葉で表現するようにすること

基本的概念の定着を図るためにも、生徒が課題に対する思いや考えを自分の言葉で表現することによって、理解の不十分な点を明らかにしていくことが大切である。また、分からないときは、表や図を利用し、具体例をもとに分かっていることを書き出し記述させることで、より客観的に表現できるようにさせることも必要である。

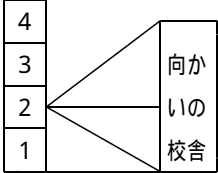
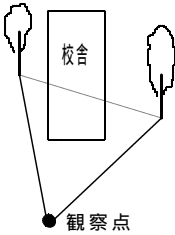
エ 対話を重視した授業を工夫すること

生徒間や生徒・教師間の対話を通して、多面的な見方や論理的な思考力、創造力を育てるようにする。

(2) 学習指導の具体的な事例

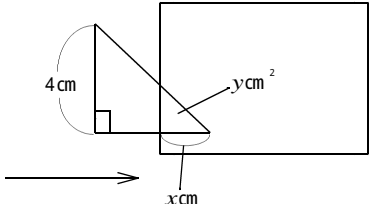
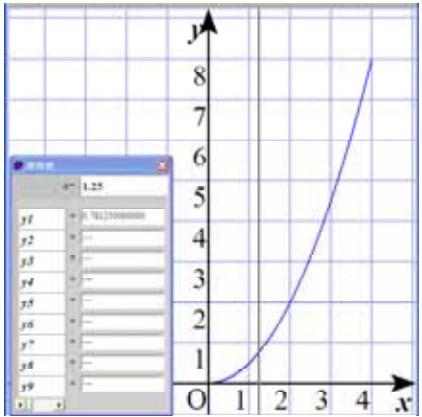
ア 図形と計量

三角比においては、日常生活にも活用でき、有効に使えることを体験させることが大切である。そのため、身近な問題として校舎の高さや木の間距離などの具体物を図形化、記号化して、問題の処理を単純化するという数学的な活動を重視するとともに、道具等を活用して生徒自ら実測する体験を取り入れることが大切である。

		科目名	数 学
育成する能力	身近な題材を数学の課題としてとらえる能力		
【指導のねらい】	<ul style="list-style-type: none"> ・ 現実場面を図形的に見て理論的に考える ・ 三角比と余弦定理を活用する ・ 三角比を使って問題解決できる 		(思考力) (判断力) (表現力)
<p>【テキスト1】</p> <p>教室(2階)から見える向かいの校舎(3階建て)の高さは、何mあるのだろうか。屋上に上がって巻き尺を垂らすのではなく、簡単な角度を測る道具を作り、測定をすることによって校舎の高さを計算する。測定できる距離は、教室のある校舎と、向かいの校舎間の距離である。</p>  <p>【課題1】 ()内の値は、実測した一例である。</p> <p>何mあるか予想してみよう。・・・()m</p> <p>校舎間の距離を巻き尺で測定する。(23.7m)</p> <p>他にどこがわかれば計算できるか。</p> <p>で考えた角度を、道具を用いて実測する。</p> <p>(見上げる角度(15°) 見下ろす角度(13°))</p> <p>校舎の高さを計算で求めよ。</p>	<p>< 主な学習内容 1 ></p> <p>について</p> <p>生徒一人一人が何mか予想</p> <p>について</p> <p>4人程度のグループで実測</p> <p>について (グループで相談)</p> <p>他にどこがわかれば問題を解決できるのかを検討</p> <p>図を作成</p> <p>求めるところの確認(見上げる角度、見下ろす角度)</p> <p>について</p> <p>道具を使い角度を測定</p> <p>について</p> <p>sin, cos, tan の既知事項の確認</p> <p>三角比の表と電卓を使用 tan を活用</p> $23.7 \times \tan 15^\circ + 23.7 \times \tan 13^\circ$ <p>高さ 11.83m</p> <p>(参考) 角度を測る道具は、分度器、糸、五円玉があれば作ることができる。</p>		
<p>【テキスト2】</p> <p>校庭から見える校舎の東側と西側にある2本の木の間距離は、何mあるのだろうか。巻き尺と大きめの分度器を活用し、測定することにより木の間距離を計算する。</p>  <p>【課題2】 ()内の値は、実測した一例である。</p> <p>何mあるか予想してみよう。・・・()m</p> <p>どこがわかれば計算できるか。</p> <p>で考えた角度などを、道具を用いて実測する。</p> <p>((63m) (48m) (47°))</p> <p>木の間距離を計算で求めよ。</p>	<p>< 主な学習内容 2 ></p> <p>について</p> <p>生徒一人一人が何mか予想</p> <p>について</p> <p>どこがわかれば問題を解決できるのかを検討し、図を作成 (グループで相談)</p> <p>求めるところの確認(観察点から木までの距離とその間の角度)</p> <p>余弦定理を活用し求めることを確認</p> <p>について</p> <p>グループで道具を使い実測</p> <p>について</p> <p>三角比の表と電卓を使用</p> $x^2 = 63^2 + 48^2 - 2 \cdot 63 \cdot 48 \cdot \cos 47^\circ$ $x^2 = 2148$ <p>木の間距離 46.35m</p>		

イ 二次関数

関数は、具体的な事象の考察の場面において扱うことが大切である。また、生徒が自由な発想や意見を交換できる学習場面や生徒同士が討論する場面など、数学的に表現できる場面の設定も重要である。

科目名		数 学																		
育成する能力	三角形の面積の変化について数学的に考察し、表現・処理する能力																			
【指導のねらい】	<ul style="list-style-type: none"> ・変化の様子の規則性を考える (思考力) ・変域を求めることができる (判断力) ・対応表、グラフ、関係を表す式をつくることのできる (表現力) 																			
【テキスト】	<p>下の図のように、直角をはさむ辺の長さが4 cmの直角二等辺三角形が右に移動する距離をxcm、そのとき、縦横とも長さが4 cmより大きい長方形と重なる部分の面積をycm²とする。</p>  <p style="text-align: center;">x cm</p>																			
【課題】	<p>直角二等辺三角形が右に移動するとき、下の対応表はどうなるか。</p> <p>(yの値は小数第2位まで求める。)</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>x</td> <td>0.0</td> <td>0.5</td> <td>1.0</td> <td>~</td> <td>2.5</td> <td>3.0</td> <td>3.5</td> <td>4.0</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p>変化の割合についてどのようなことがいえるか(変化の様子はどのようにになっているだろうか)。</p> <p>の対応表を基にそのグラフをかき、xとyとの関係を表す式を求めよ。</p> <p>コンピュータを活用して、グラフをかき、xの値の間隔をさらに小さくした対応を確認せよ。</p> 		x	0.0	0.5	1.0	~	2.5	3.0	3.5	4.0	y								
x	0.0	0.5	1.0	~	2.5	3.0	3.5	4.0												
y																				
< 主な学習内容 >	<p>について</p> <ul style="list-style-type: none"> 直角二等辺三角形の確認 重なる部分が直角二等辺三角形になることの確認 xが定義域、yが値域であることの確認 $0 \leq x \leq 4$であることの確認 xのそれぞれの値について面積を計算して対応表を作成 <p>について</p> <ul style="list-style-type: none"> 4 ~ 5人のグループで10分間程度検討 グループ代表が結論について理由を含めて発表 質疑応答 各グループの結論を活かしながら教師から次のことを説明 「$0 \leq x \leq 4$の範囲で、xが増加するとともにyの値も増加しているが、その割合は一定でない」 <p>について</p> <ul style="list-style-type: none"> 点をプロットして関数のグラフの様子をつかみ、点を滑らかに結んでグラフを完成 グラフは放物線の一部であることに留意 四角形と重なる部分は、底辺xcm、高さxcmの直角二等辺三角形であるから、面積は $y = \frac{1}{2}x^2 \quad (0 \leq x \leq 4)$ <p>について</p> <ul style="list-style-type: none"> コンピュータを活用し確認 (左図は、関数表示ソフトウェアを用いた例) 																			

ウ 場合の数

右の指導案は、場合の数の授業における身近な題材として点字を取り上げた事例である。この題材では、点字を通して、社会と数学とのつながりについて興味・関心を高めるとともに、個数の数え上げ、順列、組合せ、重複順列など多様な考え方をを用いることができるため、生徒の気付きや考え、疑問を大事にしながら指導することにより、他の生徒の考えの広まりや深まりにつなげていくことが期待できる。

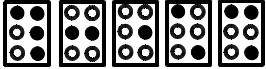
また、下の事例は、生徒とのコミュニケーションを意識した「自己評価カード」の取組である。数学の授業を通じた、いわば「生徒との数学日誌」ともいえるこの取組は、教師から生徒への一方通行の授業を改善させるだけでなく、多くの成果が期待できる。

(ア) 方法(例)

- ・自己評価カードに、毎時間の学習内容や疑問点等を書かせる。
- ・単元の終わりごとに、分かったこと、分からないことやさらに学びたいことを書かせる。
- ・単元ごと又は学期ごとにポートフォリオとして、評価を行う。
- ・教師は生徒の取組を認め、励ますとともに、つまずきを抱えた生徒やミスをした生徒に対して適切な指導のコメントを書き入れる。

(イ) 期待される成果

- ・生徒がつまずいている点やミスの原因について把握できる。
- ・多様な生徒に対し、個別的な指導ができる。
- ・生徒自身が書くことによって、理解の不十分な点が明らかになり、より客観的に学習に取り組める。
- ・生徒と教師のよりよい人間関係が醸成される。

科目名		数 学
育成する能力	身近な素材に、公式・法則などを正しく適用して解く能力	
【指導のねらい】	<ul style="list-style-type: none"> ・身近な素材を数学的に考察する (思考力) ・日常生活の場で数学的な考え方を活用する (判断力) ・順列・組合せの性質を用いて、事象を数学的に処理できる (表現力) 	
<テキスト>	<p>点字は、触覚で識別できる点を縦3個横2列並んだ6点を1マスとして構成されている記号体系である。この点字は、視覚障害者のための文字である。</p> <p>この1マス6点で、何通りの記号を表すことができるかについて考える。</p>  <p>す - が <</p>	<p><主な学習内容></p> <p>点字がどのような場面で見られるか、日常生活と数学とのつながりに興味・関心を高めさせる。</p> <p>点字の仕組みについて関心・意欲を高め、探究させる。</p>
【課題】	<p>(1) 順列と組合せのどちらの考えが適切か。</p> <p>(2) もれなく数え上げるためには、どのように工夫すればよいか。</p> <p>(3) 和の法則を利用した解法はどのような考え方による解法か。</p> <p>(4) 重複順列を利用した解法はどのような考え方による解法か。</p> <p>(5) なぜ 2^6 ではなく $2^6 - 1$ なのか。</p>	<p>なぜ順列ではなく組合せなのかを考えさせる。</p> <p>数え上げの工夫について発表させる。</p> <p>和の法則についての理解を促す。 ${}^6C_1 + {}^6C_2 + {}^6C_3 + {}^6C_4 + {}^6C_5 + {}^6C_6 = 63$</p> <p>重複順列の考え方の活用について理解させる。($2^6 - 1 = 63$)</p> <p>自分の考えを的確に他者に伝えるようにさせる。</p>

また、下の事例は、生徒とのコミュニケーションを意識した「自己評価カード」の取組である。数学の授業を通じた、いわば「生徒との数学日誌」ともいえるこの取組は、教師から生徒への一方通行の授業を改善させるだけでなく、多くの成果が期待できる。

自己評価カード		年 組 氏名
単 元	個数の処理	
	授業内容	疑問・質問・感想
月 日 校時	場合の数 和の法則 積の法則	「どちらか」と「ともに」を読み取ることがポイントですね。
月 日 校時	順列 nPr	単純な計算なら大丈夫だけれど、「隣り合う」問題はちょっと不安
月 日 校時	場合の数を点字に応用する! $2^6 - 1$	私には想像もつかない方法だった!!
生徒のメッセージ	授業を聞いているとよく分かるのだけど、1人で問題を解こうとすると解けません。よい勉強方法を教えてください。	
先生のコメント	できる問題からまず始める。2回目にやるときは、1回目に解けなかったところを再びやる。それでもなお解けないときは、先生にどんどん質問するといいですよ。	