

数 学

1 学習指導と評価の改善・充実

平成15年に実施されたPISA、TIMSSの2つの国際学力調査のうち、PISA調査は、知識や技能等を実生活の様々な場面の課題にどの程度活用できるかについての調査で、今回は特に数学的リテラシーを調査の中心分野としていた。

PISA調査における「数学的リテラシー」とは、「数学が世界で果たす役割を見つけ、理解し、現在及び将来の個人の生活、職業生活、友人や家族や親族との社会生活、建設的で関心を持った思慮深い市民としての生活において確実な数学的根拠にもとづき判断を行い、数学に携わる能力」をいう。

TIMSS調査は、学校で学んだ算数・数学などの知識や技能等の習得の程度についての調査である。これらの調査及び高等学校教育課程実施状況調査の結果から、数学においては、次のような課題が挙げられる。

- ・ 基本的な概念の理解（意味理解）及び数学的に解釈し表現する指導を重視すること
- ・ 関心・意欲を高める指導を工夫すること

(1) 各種調査における学習指導上の現状と課題について

ア 基本的な概念や用語・記号の意味の理解など、基礎・基本の確実な定着を図る指導の工夫

問題を解き答えを出すことはできるが、理解が十分でない生徒が少なくない。数学では、学習した内容をいろいろな場面で活用するために、基礎・基本を確実に定着させることが求められる。

イ 数学に対する関心や学習意欲を高める指導の工夫

各種調査では、高校生の数学に対する興味や関心、学習意欲は高くはなく、生徒の思考過程を大切にするような指導方法の工夫を通して、これらを改善していくことが求められる。

(2) 課題解決のための学習指導の改善策について

ア 基礎・基本を確実に定着させ、関心・意欲を高めるために、個に応じた指導を充実すること

個別指導やグループ別指導といった学習形態の工夫、チーム・ティーチングや少人数指導、学習内容の理解や習熟の程度に応じた指導、生徒の興味・関心に応じた課題に取り組む学習などのほか、コンピュータ等の活用など、生徒の実態や指導の場面に応じ、効果的な方法をとることが必要である。

イ 学習指導の中で生徒一人一人の考えを生かす指導を充実すること

事象を数学的にとらえ、論理的な思考をもとに、思考の過程を振り返り、多面的に判断する力を育成することが必要である。また、自分の思考の過程や判断した根拠を第三者にもわかるように適切に表現する力を高めるため、お互いの考えを比較・検討するなどして思考力、判断力、表現力を育成する指導方法の工夫・改善を図る必要がある。

2 「確かな学力」を育成する取組の改善・充実

～ 思考力、判断力、表現力等を育成する取組～

(1) 数学における思考力、判断力、表現力について

学習指導要領の数学科の目標に加えられた「創造性の基礎を培う」とは、例えば、基礎的・基本的な知識・技能の習得を基にして多面的にものを見る力や論理的に考える力を培うということであり、特に、論理的な思考力、想像力、直観力などの能力の育成に重点を置くことを意味する。このような力は、知識や技能といった学習の結果として獲得される量的な力に比べ、質的で見えにくい力である。各種の学習調査における生徒質問紙などの回答によれば、「数学が楽しい」、「数学が好きだ」と思う生徒は、問題が解けたときに充実感・満足感をもっている傾向にある。その理由として多いのは、じっくり考えて解答の道筋を見付けることができた、分からなかったことが分かるようになった、など問題を解くことに関連したものである。このことは、知識・理解といった目に見える学力が、思考力、判断力、創造力といった目に見えない学力に支えられ、表現されていることによるものだといえる。数学における思考力、判断力、表現力を育てるには、「考える」ことの論理的な必要性が生徒に理解できるよう配慮することが大切である。

(2) 思考力、判断力、表現力を育てる指導について

授業において思考力、判断力、表現力を育てるには、次の点に配慮して指導する必要がある。

ア 指導計画の作成における留意点

基礎的・基本的な知識・技能を確実に身に付けさせ、その上にいろいろな新しい考えを結び付けるようにする。 【思考力】

日常的な数学を活用する具体例から展開し、一般化に結び付けていく。

【思考力】【判断力】

コンピュータ等を活用し、データや回答の収集、整理、分析及び発表ができるようにする。 【表現力】

イ 学習活動における留意点

問題設定をしてから、生徒に「見通し」をもたせ、「こうすればできそうだ」と考えさせることを大切にする。 【判断力】

生徒が自由な発想や意見を表明できる学習環境をつくり、生徒の誤答を受け止め、なぜそのような答えが導かれたのか、どのような考えをしたのかということ問いかけ、正しい考えを導くように指導する。 【表現力】

一問一正答形式ではとらえられない力をみるため、一問多正答形式で多くの答えが出るような発問を工夫する。 【思考力】【表現力】

表やグラフを利用して、自らの考えを口頭で発表したり、記述したりして、数学的に表現できる場面を設定する。 【表現力】

ウ 評価における留意点

問題解決に至った理由や判断する根拠を、相手に分かり易く説明する場面を設定する。	【表現力】
結果の妥当性を検証したり、何に気付けば目標に達するかを吟味したり、さらに、思考過程の論理的な構成や整合性を確認できるようなワークシートやテスト問題の作成を心がける。	【思考力】【判断力】

エ 具体的な指導例

これまで述べてきた留意点を踏まえ、以下に具体的な指導例を示す。

指導例については、身近な事象を取り上げ、それを数学化し、数学的な課題を設定することを踏まえ、テニスのサービスにも数学が利用できるという取組を示した。また、これまで行われてきた指導に工夫・改善を加えることで、思考力、判断力、表現力を育成できる内容とした。

各学校においては、ここに示した指導例に加えて、創意工夫を生かした様々な指導方法が開発・実践されることが望まれる。

〔学習指導の具体例〕

科目名		数 学
育成する能力	目的に応じて理解し、解釈する能力	
【指導のねらい】	<ul style="list-style-type: none"> ・解決に用いる数学的な見方や考え方を見いだす（思考力） ・現実場面を図形的に見て、理論的に考える（判断力） ・三角比の問題の違いが分かり、三角比を使って処理できる（表現力） 	
<p><テキスト></p> <p>テニスのサービス練習において、プレーヤーがセンターマーク付近からネットのセンターをねらい、ネットぎりぎりにストレートのサービスを打つとする。このときレシーバーは自分のコートのネットから何cmのところボールが落ちると考えているか。</p> <p>サービスを打つプレーヤーの身長を 170 cm とし、ボールの打点は身長より 70 cm 上だとする。また、ネットの高さは 0.9m、ネットからコースの端までの距離は 11.8m、ネットからのサービスラインまでは 6.4m である。</p>	<p><主な学習内容></p> <p>身近な課題から問題意識を持たせる。</p> <p>課題を理想化する。</p> <p>イメージしやすいように図で表現するよさを強調する。</p> <p>三角比と角度の関係を理解させる。</p> <p>答 7.1m (コートには入らない)</p> <p>数学化した問題を現実の問題に戻して考えてみる。</p> <p>答 = 8°</p> <p>答 186 cm</p>	
【課題】	<p>(1)プレーヤーが、センターマーク付近からネットのセンターをねらい、ネットぎりぎりにストレートのサービスを打ったとき、相手のコートのネットから何 m のところにボールが落ちると考えられるか。</p> <p>(2)このようなネットぎりぎりのストレートのサービスが、サービスライン上に打たれたとき、地面と打ち込まれるボールの角度は何度になるか。</p> <p>(3)このようなネットぎりぎりのストレートのサービスを、相手のサービスコートに入れるためには身長が何 cm 以上必要か。</p>	

指導事例に即した具体的なねらいを【指導のねらい】として示した。
 使用する教材を<テキスト>として示した。
 学習の進め方の概要を<主な学習内容>として示した。

(3) 思考力、判断力、表現力を育てる指導と評価の実際

思考力、判断力を育てるには、「関心・意欲・態度」、「数学的な見方や考え方」の観点からワークシートやレポートなどが有効である場合が多い。また、表現力を育てるには、「表現・処理」、「知識・理解」の観点から演習やペーパーテストが有効である場合が多い。

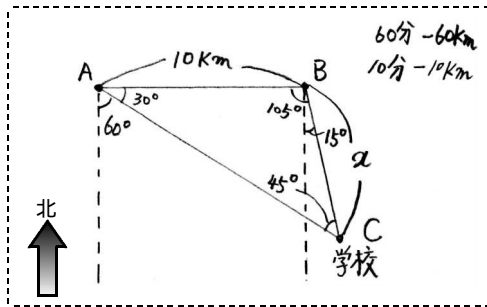
以下に具体例を示す。

ア ワークシートの具体例

ワークシートの活用については、適切な評価を行うための資料となるが、評価に追われてしまうと、指導がおろそかになり、指導のねらいが十分に実現できなくなるおそれがある。したがって、指導と評価の一体化に留意し、限られた時間の中で適切な対応を工夫する必要がある。

1 田中くんと佐藤くんは、通学のため時速60kmで東に進むバスに乗った。
バスからは遠くに学校が見えた。10分前には、南に向かって60°東の方角に見えていたが、今は南に向かって15°東の方角に見えている。10分前の位置をA、現在の位置をB、学校の位置をCとすると、現在のバスの位置と学校の間の距離BCを求めよう。

(1) 問題文から条件を読み取り、
ABCをかこう。
に数値をかき入れよう。



(2) 距離BCを求めよう。

$$\frac{x}{\sin 30^\circ} = \frac{10}{\sin 45^\circ}$$

$$x = \frac{10}{\sin 45^\circ} \times \sin 30^\circ$$

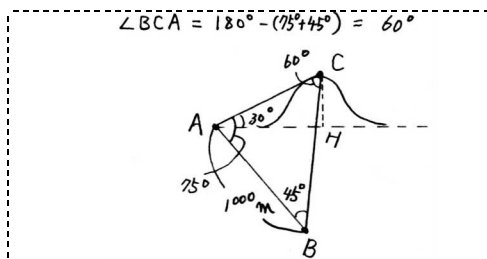
$$= \frac{10}{\frac{1}{\sqrt{2}}} \times \frac{1}{2} = 10\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 5\sqrt{2}$$

BC = 5√2 km

図をかかせることにより、見直しを持たせ、「こうすればできそうだな」と思わせることが大切である。

2 高橋さんと山本さんは旅行に行き、ある地点でバスを降り、目的地の山頂を見て、この地点と山頂の標高差を測ろうと思った。バスを降りた地点をA、Aからの直線距離で1000m離れている地点をB、山頂をC、山頂の真下でBと同じ標高の地点をHとして角度を測ったところ、 $\angle BAC = 75^\circ$ 、 $\angle ABC = 45^\circ$ 、 $\angle CAH = 30^\circ$ であった。バスを降りた地点と山頂の標高差CHを求めよう。

(1) 問題文から条件を読み取り、
図に書こう。



(2) 標高差CHの値を求めよう。

$$\sin 30^\circ = \frac{CH}{AC}$$

$$\frac{AC}{\sin 45^\circ} = \frac{1000}{\sin 60^\circ}$$

$$AC = \frac{1000}{\sin 60^\circ} \times \sin 45^\circ = \frac{1000}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{2000}{\sqrt{6}}$$

$$CH = AC \times \sin 30^\circ = \frac{2000}{\sqrt{6}} \times \frac{1}{2} = \frac{1000}{\sqrt{6}}$$

CH = 1000 / √6 m

生徒が意欲的に取り組むためには、実生活と結びつく教材によって具体的なイメージを持ちやすくさせることも大切である。

誤答や無答の生徒にはただ励ますだけでなく、その原因をよく探り、回復指導を行い、学習内容を定着させることが大切である。

イ レポートの具体例

1次不等式

[問題]

様々な工夫で人気のある朝日動物園では、30人以上で入園したとき、入園料が1人2割引きになる。30人以下の場合でも、30人いることにすると定額の料金より安く入園できる制度があるが、それは何人のときだろうか。

(1)入園料が100円だったら、30人の割引料金はいくらになるか。

$$100 \times 30 \times 0.8 = 2400 \text{ (円)}$$

(2)入園料が100円だったとき、30人以下でも30人以上いることにして割り引いた方が割安なのは何人以上のときか。

$$\begin{aligned} 100 \times 29 &= 2900 \\ 100 \times 28 &= 2800 \\ 100 \times 27 &= 2700 \\ &\vdots \\ 100 \times 24 &= 2400 \\ 100 \times 23 &= 2300 \end{aligned} \quad \text{25人以上}$$

単純な計算を通して、30人に満たない場合でも、30人として入園した方が割安になるその境界を予測させる。

(3)入園料を x円としたときの、30人の割引料金を xの式で表しなさい。

$$x \times 30 \times 0.8 = 24x$$

(4)(3)のことから、30人以下でも何人以上だと30人の割引料金とした方が割安だといえるか、説明しなさい。

(3)より30人のときの割引料金は24人分の料金と等しいから、25人以上なら30人以下でも30人の割引料金とした方が得だといえる

思考力、判断力、表現力を育てるためには、こうした判断する根拠を相手に分かりやすく説明できるように表現していくことが大切である。

(5)この問題のように、数学が有効に活用できる事象について、自分たちの身の回りにないかどうかを調べてみよう

インターネットの接続料金

事象を数学でとらえようとする意識を育てるとともに、多様な見方や考え方を育てるようにする。

	評価項目	自己評価
思考力	1 自らの発想を大切にしているか	A - <input checked="" type="radio"/> B - C
	2 柔軟な思考や見方ができているか	<input checked="" type="radio"/> A - B - C
	3 数学的な考え方をうまく使おうとしているか	<input checked="" type="radio"/> A - B - C
判断力	1 問題の意味や内容を十分理解しているか	<input checked="" type="radio"/> A - B - C
	2 問題に含まれている条件等の整備が適切にできているか	A - <input checked="" type="radio"/> B - C
	3 問題解決の見通しを立てることができているか	A - <input checked="" type="radio"/> B - C
表現力	1 自分の考えを他に分かるように説明しているか	<input checked="" type="radio"/> A - B - C
	2 表現しようとしている内容が適切か	A - <input checked="" type="radio"/> B - C
	3 日常生活の事象を数学的に考察し、表現しようとしているか	<input checked="" type="radio"/> A - B - C

これまでのように、数値的な答だけを目指すよりも、このように、ワークシートやレポートにおいて、説明を求める問題を用いて、結果の妥当性を検証したり、何に気付けば目標に達するかを吟味したり、さらに思考過程の論理的な構成や整合性を確認したりできるようにする必要がある。

ウ 小テストの具体例

次の問題は、論理的な推論による思考力、規則性を帰納的にモデル化し多様な見方や考え方を統合させる判断力、筋道を立てて記述する表現力をねらいとしている。

(ア) 問題と解答例

[問題] 大小 2 つのさいころを投げた結果が次のようになっている。この結果から A 君は「さいころの目の和が 6 になる場合を数えたものだ」と主張し、B さんは「目の積が 6 になる場合を数えたものだ」と主張した。A 君と B さんのどちらの方が妥当性があるか答えなさい。

さいころを投げた回数	100	500	1000	2000	3000	4000	5000
相 対 度 数	0.131	0.109	0.116	0.102	0.106	0.108	0.110

[解答例]

大小 2 つのさいころを 1 回投げたとき、目の和が 6 になる確率は $\frac{5}{36} = 0.138 \dots$

目の積が 6 になる確率は $\frac{4}{36} = 0.111 \dots$

この実験の相対度数では、2000 回以上では投げた数が多いほど 0.111 に近づく。

したがって、B さんの方が妥当性があるといえる。

(イ) 評価の観点

与えられた条件から、必要な確率を計算して求められる。 【思考力】
試行回数が多くなるにつれて相対度数がある値に近づいていくことを、帰納的に考察できる。 【判断力】
異なる考えを比較して妥当性のある記述ができる。 【表現力】

(ウ) 事後指導

誤答をした生徒には、その誤答に至る思考過程を綿密に追わせるとともに、他の生徒との考えを比較検討させるなどしながら、自らの考えを深めさせる。解答が書けなかった生徒は、学習した内容を、どの場面で、どのように活用すればよいか分からないでいることも多いので、教師は、生徒に、どこでつまずき、どのようなことが解消されれば、どういったことができるようになるのかの見通しを持たせるようにする。

正答だった生徒には、そのことを適切に評価するとともに、他の解法の手立てを考えさせたり、条件を変えることによって新たな課題へと発展できることに気付かせるなど、生徒の特性等に応じた指導を工夫する。